# CHUYÊN ĐỀ LUYỆN THI ĐẠI HỌC 2013 - 2014

## PHƯƠNG TRÌNH MŨ - LOGARIT

**BIÊN SOẠN: LƯU HUY THƯỞNG**


**HỌ VÀ TÊN:** ………………………………………………………………

**LỚP** :………………………………………………………………

**TRƯỜNG** :………………………………………………………………

**HÀ NỘI, 8/2013**

# CHUYÊN ĐỀ: PHƯƠNG TRÌNH MŨ – LOGARIT

## VẤN ĐỀ I: LŨY THỪA

### 1. Định nghĩa luỹ thừa

| Số mũ α | Cơ số a | Luỹ thừa $a^\alpha$ |
|---|---|---|
| $\alpha = n \in N^*$ | $a \in R$ | $a^\alpha = a^n = a.a......a$ (n thừa số a) |
| $\alpha = 0$ | $a \neq 0$ | $a^\alpha = a^0 = 1$ |
| $\alpha = -n\,(n \in N^*)$ | $a \neq 0$ | $a^\alpha = a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ |
| $\alpha = \dfrac{m}{n}(m \in Z, n \in N^*)$ | $a > 0$ | $a^\alpha = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ $(\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a)$ |
| $\alpha = \lim r_n\ (r_n \in Q, n \in N^*)$ | $a > 0$ | $a^\alpha = \lim a^{r_n}$ |

### 2. Tính chất của luỹ thừa

- Với mọi a > 0, b > 0 ta có:

$$a^\alpha.a^\beta = a^{\alpha+\beta} \quad ; \quad \frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta} \quad ; \quad (a^\alpha)^\beta = a^{\alpha.\beta}\ ; \quad (ab)^\alpha = a^\alpha.b^\alpha \quad ; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^\alpha}$$

- a > 1 : $a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha > \beta$ ; 0 < a < 1 : $a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha < \beta$

- Với 0 < a < b ta có:

$$a^m < b^m \Leftrightarrow m > 0\,; \qquad a^m > b^m \Leftrightarrow m < 0$$

***Chú ý:*** *+ Khi xét luỹ thừa với số mũ 0 và số mũ nguyên âm thì cơ số a phải khác 0.*

*+ Khi xét luỹ thừa với số mũ không nguyên thì cơ số a phải dương.*

### 3. Định nghĩa và tính chất của căn thức

- Căn bậc *n* của *a* là số *b* sao cho $b^n = a$.
- Với *a, b ≥ 0, m, n ∈ N*, p, q ∈ Z* ta có:

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}\,; \qquad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}(b > 0)\,; \qquad \sqrt[n]{a^p} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^p (a > 0)\,; \qquad \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

$$\text{Neáu } \frac{p}{n} = \frac{q}{m} \text{ thì } \sqrt[n]{a^p} = \sqrt[m]{a^q}\ (a > 0)\,;\ \text{Đặc biệt } \sqrt[n]{a} = \sqrt[mn]{a^m}$$

• Nếu *n* là số nguyên dương lẻ và *a* < *b* thì $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}$ .

Nếu *n* là số nguyên dương chẵn và *0* < *a* < *b* thì $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}$ .

***Chú ý:***

*+ Khi n lẻ, mỗi số thực a chỉ có một căn bậc n. Kí hiệu* $\sqrt[n]{a}$ .

*+ Khi n chẵn, mỗi số thực dương a có đúng hai căn bậc n là hai số đối nhau.*

**4. Công thức lãi kép**

Gọi *A* là số tiền gửi, *r* là lãi suất mỗi kì, *N* là số kì.

Số tiền thu được (cả vốn lẫn lãi) là: $C = A(1+r)^N$

**VẤN ĐỀ II: LOGARIT**

**1. Định nghĩa**

• Với *a* > *0, a* ≠ *1, b* > *0 ta có:* $\log_a b = \alpha \Leftrightarrow a^\alpha = b$

***Chú ý:*** $\log_a b$ *có nghĩa khi* $\begin{cases} a > 0, a \neq 1 \\ b > 0 \end{cases}$

• Logarit thập phân: $\lg b = \log b = \log_{10} b$

• Logarit tự nhiên (logarit Nepe): $\ln b = \log_e b$ (với $e = \lim\left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^n \approx 2{,}718281$)

**2. Tính chất**

• $\log_a 1 = 0$; $\log_a a = 1$; $\log_a a^b = b$; $a^{\log_a b} = b \ (b > 0)$

• Cho *a* > *0, a* ≠ *1, b, c* > *0*. Khi đó:

+ Nếu *a* > *1* thì $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$

+ Nếu *0* < *a* < *1* thì $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b < c$

**3. Các qui tắc tính logarit**

Với *a* > *0, a* ≠ *1, b, c* > *0*, ta có:

• $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$ • $\log_a\left(\dfrac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$ • $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$

**4. Đổi cơ số**

Với *a, b, c > 0 và a, b ≠ 1*, ta có:

- $\log_b c = \dfrac{\log_a c}{\log_a b}$ hay $\log_a b.\log_b c = \log_a c$
- $\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$
- $\log_{a^\alpha} c = \dfrac{1}{\alpha}\log_a c \ (\alpha \neq 0)$

**Bài tập cơ bản**

**HT 1:** Thực hiện các phép tính sau:

1) $\log_2 4.\log_{\frac{1}{4}} 2$ 2) $\log_5 \dfrac{1}{25}.\log_{27} 9$ 3) $\log_a \sqrt[3]{\sqrt{a}}$

4) $4^{\log_2 3} + 9^{\log_{\sqrt{3}} 2}$ 5) $\log_{2\sqrt{2}} 8$ 6) $27^{\log_9 2} + 4^{\log_8 27}$

7) $\dfrac{\log_{a^3} a.\log_{a^4} a^{1/3}}{\log_{\frac{1}{a}} a^7}$ 8) $\log_3 6.\log_8 9.\log_6 2$ 9) $9^{2\log_3 2\ +\ 4\log_{81} 5}$

10) $81^{\log_3 5} + 27^{\log_9 36} + 3^{4\log_9 7}$ 11) $25^{\log_5 6} + 49^{\log_7 8}$ 12) $5^{3-2\log_5 4}$

13) $9^{\frac{1}{\log_6 3}} + 4^{\frac{1}{\log_8 2}}$ 14) $3^{1+\log_9 4} + 4^{2-\log_2 3} + 5^{\log_{125} 27}$ 15) $\log_{\sqrt{6}} 3.\log_3 36$

**HT 2:** So sánh các cặp số sau:

1) $\log_3 4$ và $\log_4 \dfrac{1}{3}$ 2) $\log_{0,1} \sqrt[3]{2}$ và $\log_{0,2} 0,34$ 3) $\log_{\frac{3}{4}} \dfrac{2}{5}$ và $\log_{\frac{5}{2}} \dfrac{3}{4}$

4) $\log_{\frac{1}{3}} \dfrac{1}{80}$ *vaø* $\log_{\frac{1}{2}} \dfrac{1}{15+\sqrt{2}}$ 5) $\log_{13} 150$ *vaø* $\log_{17} 290$ 6) $2^{\log_6 3}$ và $3^{\log_6 \frac{1}{2}}$

**HT 3:** Tính giá trị của biểu thức logarit theo các biểu thức đã cho:

1)Cho $\log_2 14 = a$. Tính $\log_{49} 32$ theo *a*.

2)Cho $\log_{15} 3 = a$. Tính $\log_{25} 15$ theo *a*.

3)Cho $\lg 3 = 0,477$. Tính $\lg 9000$; $\lg 0,000027$ ; $\dfrac{1}{\log_{81} 100}$.

4)Cho $\log_7 2 = a$. Tính $\log_{\frac{1}{2}} 28$ theo *a*.

**HT 4:** Tính giá trị của biểu thức logarit theo các biểu thức đã cho:

1)Cho $\log_{25} 7 = a$ ; $\log_2 5 = b$. Tính $\log_{\sqrt[3]{5}} \dfrac{49}{8}$ theo *a, b*.

2)Cho $\log_{30} 3 = a$; $\log_{30} 5 = b$. Tính $\log_{30} 1350$ theo *a, b*.

3)Cho $\log_{14} 7 = a$; $\log_{14} 5 = b$. Tính $\log_{35} 28$ theo *a, b*.

4)Cho $\log_2 3 = a$; $\log_3 5 = b$; $\log_7 2 = c$. Tính $\log_{140} 63$ theo *a, b, c*.

## VẤN ĐỀ III: HÀM SỐ LŨY THỪA – HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LOGARIT

### 1. Khái niệm

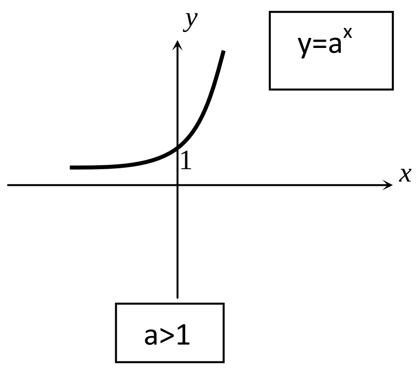
**1)Hàm số luỹ thừa** $y = x^\alpha$ (α là hằng số)

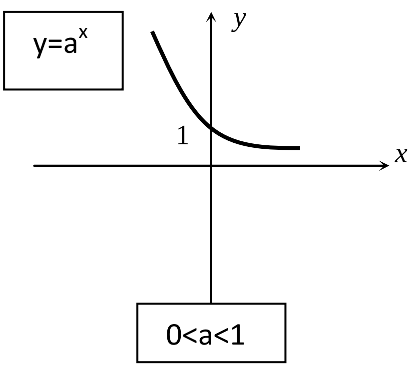
| **Số mũ α** | **Hàm số** $y = x^\alpha$ | **Tập xác định D** |
|---|---|---|
| α = n (n nguyên dương) | $y = x^n$ | D = R |
| α = n (n nguyên âm hoặc n = 0) | $y = x^n$ | D = R \ {0} |
| α là số thực không nguyên | $y = x^\alpha$ | D = (0; +∞) |

***Chú ý:*** *Hàm số* $y = x^{\frac{1}{n}}$ *không đồng nhất với hàm số* $y = \sqrt[n]{x}$ $(n \in N^*)$.

**2)Hàm số mũ** $y = a^x$ *(a > 0, a ≠ 1).*

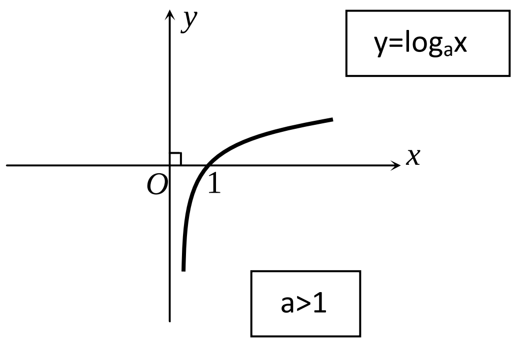
- Tập xác định: D = R.
- Tập giá trị: T = (0; +∞).
- Khi a > 1 hàm số đồng biến, khi 0 < a < 1 hàm số nghịch biến.
- Nhận trục hoành làm tiệm cận ngang.
- Đồ thị:

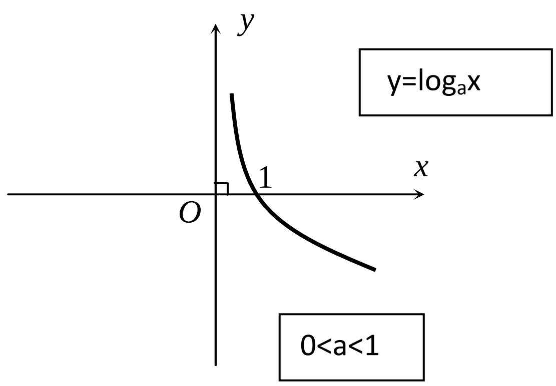


**3)Hàm số logarit** $y = \log_a x$ *(a > 0, a ≠ 1)*

- Tập xác định: D = (0; +∞).
- Tập giá trị: T = R.
- Khi a > 1 hàm số đồng biến, khi 0 < a < 1 hàm số nghịch biến.
- Nhận trục tung làm tiệm cận đứng.
- Đồ thị:




**2. Giới hạn đặc biệt**

- $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}} = \lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$
- $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x} = 1$
- $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x} = 1$

**3. Đạo hàm**

- $\left(x^\alpha\right)' = \alpha x^{\alpha-1}\ (x>0)$ ; $\left(u^\alpha\right)' = \alpha u^{\alpha-1}.u'$

***Chú ý:*** $\left(\sqrt[n]{x}\right)' = \dfrac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}\begin{pmatrix} \textit{với } x>0 \textit{ nếu n chẵn} \\ \textit{với } x\neq 0 \textit{ nếu n lẻ}\end{pmatrix}$. $\left(\sqrt[n]{u}\right)' = \dfrac{u'}{n\sqrt[n]{u^{n-1}}}$

- $\left(a^x\right)' = a^x \ln a$ ; $\left(a^u\right)' = a^u \ln a.u'$

  $\left(e^x\right)' = e^x$ ; $\left(e^u\right)' = e^u.u'$

- $\left(\log_a|x|\right)' = \dfrac{1}{x\ln a}$; $\left(\log_a|u|\right)' = \dfrac{u'}{u\ln a}$

  $\left(\ln|x|\right)' = \dfrac{1}{x}$ (x > 0); $\left(\ln|u|\right)' = \dfrac{u'}{u}$

**Bài tập cơ bản**

**HT 5:** Tính các giới hạn sau:

1) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x}{1+x}\right)^{x}$ 2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{\frac{x+1}{x}}$ 3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x+1}{x-2}\right)^{2x-1}$

4) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{3x-4}{3x+2}\right)^{\frac{x+1}{3}}$ 5) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x+1}{2x-1}\right)^{x}$ 6) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2x+1}{x-1}\right)^{x}$

7) $\lim\limits_{x\to e}\dfrac{\ln x-1}{x-e}$ 8) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-1}{3x}$ i) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{e^{x}-e}{x-1}$

k) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x}-e^{-x}}{\sin x}$ l) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{\sin 2x}-e^{\sin x}}{x}$ m) $\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(e^{\frac{1}{x}}-1\right)$

**HT 6:** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

1) $y=\sqrt[3]{x^2+x+1}$ 2) $y=\sqrt[4]{\dfrac{x+1}{x-1}}$ 3) $y=\sqrt[5]{\dfrac{x^2+x-2}{x^2+1}}$

4) $y=\sqrt[3]{\sin(2x+1)}$ 5) $y=\cot\sqrt[3]{1+x^2}$ 6) $y=\dfrac{1-\sqrt[3]{2x}}{1+\sqrt[3]{2x}}$

7) $y=\sqrt[3]{\sin\dfrac{x+3}{4}}$ 8) $y=\sqrt[11]{9+6\sqrt[5]{x^9}}$ 9) $y=\sqrt[4]{\dfrac{x^2+x+1}{x^2-x+1}}$

**HT 7:** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

1) $y=(x^2-2x+2)e^{x}$ 2) $y=(x^2+2x)e^{-x}$ 3) $y=e^{-2x}.\sin x$

4) $y=e^{2x+x^2}$ 5) $y=x.e^{\sqrt{x}-\frac{1}{3}x}$ 6) $y=\dfrac{e^{2x}+e^{x}}{e^{2x}-e^{x}}$

7) $y=2^{x}.e^{\cos x}$ 8) $y=\dfrac{3^{x}}{x^2-x+1}$ i) $y=\cos x.e^{\cot x}$

**HT 8:** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

1) $y=\ln(2x^2+x+3)$ 2) $y=\log_2(\cos x)$ 3) $y=e^{x}.\ln(\cos x)$

4) $y=(2x-1)\ln(3x^2+x)$ 5) $y=\log_{\frac{1}{2}}(x^3-\cos x)$ 6) $y=\log_3(\cos x)$

7) $y=\dfrac{\ln(2x+1)}{\sqrt{2x+1}}$ 8) $y=\dfrac{\ln(2x+1)}{x+1}$ 9) $y=\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)$

**HT 9:** Chứng minh hàm số đã cho thoả mãn hệ thức được chỉ ra:

1) $y=x.e^{-\frac{x^2}{2}};\quad xy'=(1-x^2)y$ 2) $y=(x+1)e^{x};\ y'-y=e^{x}$

3) $y = e^{4x} + 2e^{-x}$; $y''' - 13y' - 12y = 0$ 4) $y = a.e^{-x} + b.e^{-2x}$; $y'' + 3y' + 2y = 0$

5) $y = e^{-x}.\sin x$; $y'' + 2y' + 2y = 0$ 6) $y = e^{-x}.\cos x$; $y^{(4)} + 4y = 0$

**HT 10:** Chứng minh hàm số đã cho thoả mãn hệ thức được chỉ ra:

1) $y = \ln\left(\dfrac{1}{1+x}\right)$; $xy' + 1 = e^y$ 2) $y = \dfrac{1}{1+x+\ln x}$; $xy' = y\left[y\ln x - 1\right]$

3) $y = \sin(\ln x) + \cos(\ln x)$; $y + xy' + x^2y'' = 0$ 4) $y = \dfrac{1+\ln x}{x(1-\ln x)}$; $2x^2y' = (x^2y^2 + 1)$

**HT 11:** Giải phương trình, bất phương trình sau với hàm số được chỉ ra:

1) $f'(x) = 2f(x)$; $f(x) = e^x(x^2 + 3x + 1)$

2) $f'(x) + \dfrac{1}{x}f(x) = 0$; $f(x) = x^3\ln x$

3) $f'(x) = 0$; $f(x) = e^{2x-1} + 2.e^{1-2x} + 7x - 5$

**VẤN ĐỀ IV: PHƯƠNG TRÌNH MŨ**

**1. Phương trình mũ cơ bản:** Với $a > 0, a \neq 1$: $a^x = b \Leftrightarrow \begin{cases} b > 0 \\ x = \log_a b \end{cases}$

**2. Một số phương pháp giải phương trình mũ**

**1) Đưa về cùng cơ số:** Với $a > 0, a \neq 1$: $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$

***Chú ý:*** *Trong trường hợp cơ số có chứa ẩn số thì:* $a^M = a^N \Leftrightarrow (a-1)(M-N) = 0$

**2) Logarit hoá:** $a^{f(x)} = b^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = \left(\log_a b\right).g(x)$

**3) Đặt ẩn phụ:**

• ***Dạng 1***: $P(a^{f(x)}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = a^{f(x)},\ t > 0 \\ P(t) = 0 \end{cases}$, trong đó *P(t)* là đa thức theo *t*.

• ***Dạng 2***: $\alpha a^{2f(x)} + \beta(ab)^{f(x)} + \gamma b^{2f(x)} = 0$

Chia 2 vế cho $b^{2f(x)}$, rồi đặt ẩn phụ $t = \left(\dfrac{a}{b}\right)^{f(x)}$

• ***Dạng 3***: $a^{f(x)} + b^{f(x)} = m$, với $ab = 1$. Đặt $t = a^{f(x)} \Rightarrow b^{f(x)} = \dfrac{1}{t}$

**4) Sử dụng tính đơn điệu của hàm số**

Xét phương trình: *f(x) = g(x)* *(1)*

• Đoán nhận $x_0$ là một nghiệm của (1).

• Dựa vào tính đồng biến, nghịch biến của *f(x)* và *g(x)* để kết luận $x_0$ là nghiệm duy nhất:

$$\left[\begin{array}{l} f(x) \text{ đồng biến và } g(x) \text{ nghịch biến (hoặc đồng biến nhưng nghiêm ngặt).} \\ f(x) \text{ đơn điệu và } g(x) = c \text{ hằng số} \end{array}\right.$$

• Nếu *f(x)* đồng biến (hoặc nghịch biến) thì $f(u) = f(v) \Leftrightarrow u = v$

**5) Đưa về phương trình các phương trình đặc biệt**

• **Phương trình tích** A.B = 0 $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} A = 0 \\ B = 0 \end{array}\right.$ • **Phương trình** $A^2 + B^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$

**6) Phương pháp đối lập**

Xét phương trình: *f(x) = g(x)* *(1)*

Nếu ta chứng minh được: $\begin{cases} f(x) \geq M \\ g(x) \leq M \end{cases}$ thì (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = M \\ g(x) = M \end{cases}$

__**Bài tập cơ bản**__

**HT 12:** Giải các phương trình sau (*đưa về cùng cơ số hoặc logarit hoá*):

1) $9^{|3x-1|} = 3^{8x-2}$

2) $\left(3 - 2\sqrt{2}\right)^{2x} = 3 + 2\sqrt{2}$

3) $4^{x^2-3x+2} + 4^{x^2+6x+5} = 4^{2x^2+3x+7} + 1$

4) $5^{2x} - 7^x - 5^{2x}.35 + 7^x.35 = 0$

5) $2^{x^2-1} + 2^{x^2+2} = 3^{x^2} + 3^{x^2-1}$

6) $5^{x-\sqrt{x^2+4}} = 25$

7) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2-2} = 2^{4-3x}$

8) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x+7}.\left(\dfrac{1}{2}\right)^{1-2x} = 2$

9) $3^x.2^{x+1} = 72$

10) $5^{x+1} + 6.\,5^x - 3.\,5^{x-1} = 52$

11) $16^{\frac{x+10}{x-10}} = 0{,}125.8^{\frac{x+5}{x-15}}$

12) $\left(\sqrt{5} + 2\right)^{x-1} = \left(\sqrt{5} - 2\right)^{\frac{x-1}{x+1}}$

**HT 13:** Giải các phương trình sau (*đưa về cùng cơ số hoặc logarit hoá*):

1) $\left(\dfrac{2}{5}\right)^{4x+1} = \left(\dfrac{1}{7}\right)^{3x+2}$

2) $5^x.2^{\frac{2x-1}{x+1}} = 50$

3) $3^x.2^{\frac{3x}{x+2}} = 6$

4) $3^x.8^{\frac{x}{x+2}} = 6$

5) $4.9^{x-1} = 3\sqrt{2^{2x+1}}$

6) $2^{x^2-2x}.3^x = 1{,}5$

7) $5^x.3^{x^2}=1$ 8) $2^{3^x}=3^{2^x}$ 9) $3^x.2^{x^2}=1$

**HT 14:** Giải các phương trình sau (*đặt ẩn phụ dạng 1*):

1) $4^x+2^{x+1}-8=0$ 2) $4^{x+1}-6.2^{x+1}+8=0$ 3) $3^{4x+8}-4.3^{2x+5}+27=0$

4) $16^x-17.4^x+16=0$ 5) $49^x+7^{x+1}-8=0$ 6) $2^{x^2-x}-2^{2+x-x^2}=3.$

7) $\left(7+4\sqrt{3}\right)^x+\left(2+\sqrt{3}\right)^x=6$ 8) $4^{\cos 2x}+4^{\cos^2 x}=3$ 9) $3^{2x+5}-36.3^{x+1}+9=0$

10) $3^{2x^2+2x+1}-28.3^{x^2+x}+9=0$ 11) $4^{x^2+2}-9.2^{x^2+2}+8=0$ 12) $3.5^{2x-1}-2.5^{x-1}=0{,}2$

**HT 15:** Giải các phương trình sau (*đặt ẩn phụ dạng 1*):

1) $25^x-2(3-x).5^x+2x-7=0$ 2) $3.25^{x-2}+(3x-10).5^{x-2}+3-x=0$

3) $3.4^x+(3x-10).2^x+3-x=0$ 4) $9^x+2(x-2).3^x+2x-5=0$

5) $4x^2+x.3^{\sqrt{x}}+3^{1+\sqrt{x}}=2.3^{\sqrt{x}}.x^2+2x+6$ 6) $3.25^{x-2}+(3x-10).5^{x-2}+3-x=0$

7) $4^x+(x-8)2^x+12-2x=0$ 8) $(x+4).9^x-(x+5).3^x+1=0$

9) $4^{x^2}+(x^2-7).2^{x^2}+12-4x^2=0$ 10) $9^{-x}-(x+2).3^{-x}-2(x+4)=0$

**HT 16:** Giải các phương trình sau (*đặt ẩn phụ dạng 2*):

1) $64.9^x-84.12^x+27.16^x=0$ 2) $3.16^x+2.81^x=5.36^x$ 3) $6.3^{2x}-13.6^x+6.2^{2x}=0$

4) $25^x+10^x=2^{2x+1}$ 5) $27^x+12^x=2.8^x$ 6) $3.16^x+2.81^x=5.36^x$

7) $6.9^{\frac{1}{x}}-13.6^{\frac{1}{x}}+6.4^{\frac{1}{x}}=0$ 8) $4^{-\frac{1}{x}}+6^{-\frac{1}{x}}=9^{-\frac{1}{x}}$ 9) $2.4^{\frac{1}{x}}+6^{\frac{1}{x}}=9^{\frac{1}{x}}$

10) $\left(7+5\sqrt{2}\right)^x+\left(\sqrt{2}-5\right)\left(3+2\sqrt{2}\right)^x+3\left(1+\sqrt{2}\right)^x+1-\sqrt{2}=0.$

**HT 17:** Giải các phương trình sau (*đặt ẩn phụ dạng 3*):

1) $\left(2-\sqrt{3}\right)^x+\left(2+\sqrt{3}\right)^x=14$ 2) $\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x+\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x=4$

3) $(2+\sqrt{3})^x+(7+4\sqrt{3})(2-\sqrt{3})^x=4(2+\sqrt{3})$ 4) $\left(5-\sqrt{21}\right)^x+7\left(5+\sqrt{21}\right)^x=2^{x+3}$

5) $\left(5+\sqrt{24}\right)^x+\left(5-\sqrt{24}\right)^x=10$ 6) $\left(\dfrac{7+3\sqrt{5}}{2}\right)^x+7\left(\dfrac{7-3\sqrt{5}}{2}\right)^x=8$

7) $\left(\sqrt{6-\sqrt{35}}\right)^x+\left(\sqrt{6+\sqrt{35}}\right)^x=12$ 8) $\left(2+\sqrt{3}\right)^{(x-1)^2}+\left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2-2x-1}=\dfrac{4}{2-\sqrt{3}}$

9) $\left(3+\sqrt{5}\right)^x+16\left(3-\sqrt{5}\right)^x=2^{x+3}$ 10) $\left(3+\sqrt{5}\right)^x+\left(3-\sqrt{5}\right)^x-7.2^x=0$

11) $\left(7+4\sqrt{3}\right)^x-3\left(2-\sqrt{3}\right)^x+2=0$ 12) $\left(\sqrt[3]{3+\sqrt{8}}\right)^x+\left(\sqrt[3]{3-\sqrt{8}}\right)^x=6.$

**HT 18:** Giải các phương trình sau (*sử dụng tính đơn điệu*):

1) $\left(2-\sqrt{3}\right)^x+\left(2+\sqrt{3}\right)^x=4^x$ 2) $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^x+\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^x=\left(\sqrt{10}\right)^x$

3) $\left(3+2\sqrt{2}\right)^x+\left(3-2\sqrt{2}\right)^x=6^x$ 4) $\left(3+\sqrt{5}\right)^x+16.\left(3-\sqrt{5}\right)^x=2^{x+3}$

5) $\left(\dfrac{3}{5}\right)^x+\dfrac{7}{5}=2^x$ 6) $\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x+\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x=2^x$

7) $2^x+3^x+5^x=10^x$ 8) $2^x+3^x=5^x$ 9) $2^{x-1}-2^{x^2-x}=(x-1)^2$

10) $3^x=5-2x$ 11) $2^x=3-x$ 12) $2^{x+1}-4^x=x-1$

**HT 19:** Giải các phương trình sau (*đưa về phương trình tích*):

1) $8.3^x+3.2^x=24+6^x$ 2) $12.3^x+3.15^x-5^{x+1}=20$

3) $8-x.2^x+2^{3-x}-x=0$ 4) $2^x+3^x=1+6^x$

5) $4^{x^2-3x+2}+4^{x^2+6x+5}=4^{2.x^2+3x+7}+1$ 6) $4^{x^2+x}+2^{1-x^2}=2^{(x+1)^2}+1$

7) $x^2.3^x+3^x(12-7x)=-x^3+8x^2-19x+12$ 8) $x^2.3^{x-1}+x(3^x-2^x)=2(2^x-3^{x-1})$

9) $4^{\sin x}-2^{1+\sin x}\cos(xy)+2^{|y|}=0$ 10) $2^{2(x^2+x)}+2^{1-x^2}-2^{2(x^2+x)}.2^{1-x^2}-1=0$

**HT 20:** Giải các phương trình sau (*phương pháp đối lập*):

1) $2^x=\cos x^4$, với $x\geq 0$ 2) $3^{x^2-6x+10}=-x^2+6x-6$ 3) $3^{\left|\sin\sqrt{x}\right|}=\left|\cos x\right|$

4) $2.\cos^2\left(\dfrac{x^3-x}{2}\right)=3^x+3^{-x}$ 5) $\pi^{\left|\sin\sqrt{x}\right|}=\left|\cos x\right|$ 6) $2^{2x-x^2}=\dfrac{x^2+1}{x}$

7) $3^{x^2}=\cos 2x$ 8) $5^{x^2}=\cos 3x$

**HT 21:** Tìm *m* để các phương trình sau có nghiệm:

1) $9^x+3^x+m=0$ 2) $9^x+m3^x-1=0$ 3) $4^x-2^{x+1}=m$

4) $3^{2x}+2.3^x-(m+3).2^x=0$ 5) $2^x+(m+1).2^{-x}+m=0$ 6) $25^x-2.5^x-m-2=0$

7) $16^x-(m-1).2^{2x}+m-1=0$ 8) $25^x+m.5^x+1-2m=0$

9) $81^{\sin^2 x}+81^{\cos^2 x}=m$ 10) $3^{4-2x^2}-2.3^{2-x^2}+2m-3=0$

11) $4^{\sqrt{x+1}+\sqrt{3-x}}-14.2^{\sqrt{x+1}+\sqrt{3-x}}+8=m$

12) $9^{x+\sqrt{1-x^2}}-8.3^{x+\sqrt{1-x^2}}+4=m$

**HT 22:** Tìm *m* để các phương trình sau có nghiệm duy nhất:

1) $m.2^x+2^{-x}-5=0$

2) $m.16^x+2.81^x=5.36^x$

3) $\left(\sqrt{5}+1\right)^x+m\left(\sqrt{5}-1\right)^x=2^x$

4) $\left(\dfrac{7+3\sqrt{5}}{2}\right)^x+m\left(\dfrac{7-3\sqrt{5}}{2}\right)^x=8$

5) $4^x-2^{x+3}+3=m$

6) $9^x+m3^x+1=0$

**HT 23:** Tìm *m* để các phương trình sau có 2 nghiệm trái dấu:

1) $(m+1).4^x+(3m-2).2^{x+1}-3m+1=0$

2) $49^x+(m-1).7^x+m-2m^2=0$

3) $9^x+3(m-1).3^x-5m+2=0$

4) $(m+3).16^x+(2m-1).4^x+m+1=0$

5) $4^x-2\left(m+1\right).2^x+3m-8=0$

6) $4^x-2^x+6=m$

**HT 24:** Tìm *m* để các phương trình sau:

1) $m.16^x+2.81^x=5.36^x$ có 2 nghiệm dương phân biệt.

2) $16^x-m.8^x+(2m-1).4^x=m.2^x$ có 3 nghiệm phân biệt.

3) $4^{x^2}-2^{x^2+2}+6=m$ có 3 nghiệm phân biệt.

4) $9^{x^2}-4.3^{x^2}+8=m$ có 3 nghiệm phân biệt.

## VẤN ĐỀ V: PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT

**1. Phương trình logarit cơ bản**

Với a > 0, a ≠ 1: $\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$

**2. Một số phương pháp giải phương trình logarit**

**1) Đưa về cùng cơ số**

Với a > 0, a ≠ 1: $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \quad (\text{hoặc } g(x) > 0) \end{cases}$

**2) Mũ hoá**

Với a > 0, a ≠ 1: $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow a^{\log_a f(x)} = a^b$

**3) Đặt ẩn phụ**

**4) Sử dụng tính đơn điệu của hàm số**

**5) Đưa về phương trình đặc biệt**

**6) Phương pháp đối lập**

***Chú ý:***

- *Khi giải phương trình logarit cần chú ý điều kiện để biểu thức có nghĩa.*
- *Với a, b, c > 0 và a, b, c ≠ 1:* $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$

**Bài tập cơ bản**

**HT 25:** Giải các phương trình sau (*đưa về cùng cơ số hoặc mũ hoá*):

1) $\log_2\left[x(x-1)\right] = 1$

2) $\log_2 x + \log_2(x-1) = 1$

3) $\log_2(x-2) - 6.\log_{1/8}\sqrt{3x-5} = 2$

4) $\log_2(x-3) + \log_2(x-1) = 3$

5) $\log_4(x+3) - \log_4(x-1) = 2 - \log_4 8$

6) $\lg(x-2) + \lg(x-3) = 1 - \lg 5$

7) $2\log_8(x-2) - \log_8(x-3) = \dfrac{2}{3}$

8) $\lg\sqrt{5x-4} + \lg\sqrt{x+1} = 2 + \lg 0{,}18$

9) $\log_3(x^2-6) = \log_3(x-2) + 1$

10) $\log_2(x+3) + \log_2(x-1) = 1/\log_5 2$

11) $\log_4 x + \log_4(10-x) = 2$

12) $\log_5(x-1) - \log_{1/5}(x+2) = 0$

13) $\log_2(x-1)+\log_2(x+3)=\log_2 10-1$

14) $\log_9(x+8)-\log_3(x+26)+2=0$

**HT 26:** Giải các phương trình sau (*đưa về cùng cơ số hoặc mũ hoá*):

1) $\log_3 x+\log_{\sqrt{3}} x+\log_{1/3} x=6$

2) $1+\lg(x^2-2x+1)-\lg(x^2+1)=2\lg(1-x)$

3) $\log_4 x+\log_{1/16} x+\log_8 x=5$

4) $2+\lg(4x^2-4x+1)-\lg(x^2+19)=2\lg(1-2x)$

5) $\log_2 x+\log_4 x+\log_8 x=11$

6) $\log_{1/2}(x-1)+\log_{1/2}(x+1)=1+\log_{1/\sqrt{2}}(7-x)$

7) $\log_2\log_2 x=\log_3\log_3 x$

8) $\log_2\log_3 x=\log_3\log_2 x$

9) $\log_2\log_3 x+\log_3\log_2 x=\log_3\log_3 x$

10) $\log_2\log_3\log_4 x=\log_4\log_3\log_2 x$

**HT 27:** Giải các phương trình sau (*đưa về cùng cơ số hoặc mũ hoá*):

1) $\log_2(9-2^x)=3-x$

2) $\log_3(3^x-8)=2-x$

3) $\log_7(6+7^{-x})=1+x$

4) $\log_3(4.3^{x-1}-1)=2x-1$

5) $\log_2(9-2^x)=5^{\log_5(3-x)}$

6) $\log_2(3.2^x-1)-2x-1=0$

7) $\log_2(12-2^x)=5-x$

8) $\log_5(26-3^x)=2$

9) $\log_2(5^{x+1}-25^x)=2$

10) $\log_4(3.2^{x+1}-5)=x$

11) $\log_{\frac{1}{\sqrt{6}}}(5^{x+1}-25^x)=-2$

12) $\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}(6^{x+1}-36^x)=-2$

**HT 28:** Giải các phương trình sau (*đưa về cùng cơ số hoặc mũ hoá*):

1) $\log_{5-x}(x^2-2x+65)=2$

2) $\log_{x-1}(x^2-4x+5)=1$

3) $\log_x(5x^2-8x+3)=2$

4) $\log_{x+1}(2x^3+2x^2-3x+1)=3$

5) $\log_{x-3}(x-1)=2$

6) $\log_x(x+2)=2$

7) $\log_{2x}(x^2-5x+6)=2$

8) $\log_{x+3}(x^2-x)=1$

9) $\log_x(2x^2-7x+12)=2$

10) $\log_x(2x^2-3x-4)=2$

11) $\log_{2x}(x^2-5x+6)=2$

12) $\log_x(x^2-2)=1$

13) $\log_{3x+5}(9x^2+8x+2)=2$

14) $\log_{2x+4}(x^2+1)=1$

15) $\log_x\dfrac{15}{1-2x}=-2$

16) $\log_{x^2}(3-2x)=1$

17) $\log_{x^2+3x}(x+3)=1$

18) $\log_x(2x^2-5x+4)=2$

**HT 29:** Giải các phương trình sau (*đặt ẩn phụ*):

1) $\log_3^2 x+\sqrt{\log_3^2 x+1}-5=0$

2) $\log_{\sqrt{2}}^2 x+3\log_2 x+\log_{1/2} x=2$

3) $\log_x 2-\log_4 x+\dfrac{7}{6}=0$

4) $\log_{\frac{1}{2}}^2 4x+\log_2\dfrac{x^2}{8}=8$

5) $\log_{\sqrt{2}}^2 x+3\log_2 x+\log_{1/2} x=0$

6) $\log_{x^2} 16+\log_{2x} 64=3$

7) $\log_5 x-\log_x\dfrac{1}{5}=2$

8) $\log_7 x-\log_x\dfrac{1}{7}=2$

9) $2\log_5\sqrt{x}-2=\log_x\dfrac{1}{5}$

10) $3\sqrt{\log_2 x}-\log_2 4x=0$

11) $3\sqrt{\log_3 x}-\log_3 3x-1=0$

12) $\log_2\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{\log_2 x}=4/3$

13) $\log_2\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{\log_2 x}=-2/3$

14) $\log_2^2 x+2\log_4\dfrac{1}{x}=0$

15) $\log_2^2(2-x)-8\log_{1/4}(2-x)=5$

16) $\log_5^2 x+4\log_{25} 5x-5=0$

17) $\log_x\sqrt{5}+\log_x 5x=\dfrac{9}{4}+\log_x^2\sqrt{5}$

18) $\log_{x^2} 3+\log_9 x=1$

19) $\dfrac{1}{4-\lg x}+\dfrac{2}{2+\lg x}=1$

20) $\dfrac{1}{5-\lg x}+\dfrac{3}{3+\lg x}=1$

21) $\log_{2x} x^2-14\log_{16x} x^3+40\log_{4x}\sqrt{x}=0$

**HT 30:** Giải các phương trình sau (*đặt ẩn phụ*):

1) $\log_3^2 x+(x-12)\log_3 x+11-x=0$

2) $6.9^{\log_2 x}+6.x^2=13.x^{\log_2 6}$

3) $x.\log_2^2 x-2(x+1).\log_2 x+4=0$

4) $\log_2^2 x+(x-1)\log_2 x=6-2x$

5) $(x+2)\log^2{}_3(x+1)+4(x+1)\log_3(x+1)-16=0$

6) $\log_{x^2}(2+x)+\log_{\sqrt{2-x}} x=2$

7) $\log_3^2(x+1)+(x-5)\log_3(x+1)-2x+6=0$

8) $4\sqrt{\log_3 x-1}-\log_3\sqrt{x}=4$

9) $\log_2(x^2+3x+2)+\log_2(x^2+7x+12)=3+\log_2 3$

**HT 31:** Giải các phương trình sau (*đặt ẩn phụ*):

1) $\log_7 x=\log_3(\sqrt{x}+2)$

2) $\log_2(x-3)+\log_3(x-2)=2$

3) $\log_3(x+1)+\log_5(2x+1)=2$

4) $\log_2\left(x+3^{\log_6 x}\right)=\log_6 x$

5) $4^{\log_7(x+3)}=x$

6) $\log_2\left(1+\sqrt{x}\right)=\log_3 x$

7) $x^{\log_2 9}=x^2.3^{\log_2 x}-x^{\log_2 3}$

8) $\log_{3x+7}(9+12x+4x^2)+\log_{2x+3}(6x^2+23x+21)=4$

9) $\log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right).\log_3\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)=\log_6\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)$

**HT 32:** Giải các phương trình sau (*sử dụng tính đơn điệu*):

1) $x+x^{\log_2 3}=x^{\log_2 5}\ (x>0)$

2) $x^2+3^{\log_2 x}=5^{\log_2 x}$

3) $\log_5(x+3)=3-x$

4) $\log_2(3-x)=x$

5) $\log_2(x^2-x-6)+x=\log_2(x+2)+4$

6) $x+2.3^{\log_2 x}=3$

7) $4(x-2)\left[\log_2(x-3)+\log_3(x-2)\right]=15(x+1)$

**HT 33:** Giải các phương trình sau (*đưa về phương trình tích)*:

1) $\log_2 x+2.\log_7 x=2+\log_2 x.\log_7 x$

2) $\log_2 x.\log_3 x+3=3.\log_3 x+\log_2 x$

3) $2\left(\log_9 x\right)^2=\log_3 x.\log_3\left(\sqrt{2\mathrm{x}+1}-1\right)$

**HT 34:** Giải các phương trình sau (*phương pháp đối lập*):

1) $\ln(\sin^2 x)-1+\sin^3 x=0$

2) $\log_2\left(x^2+|x|-1\right)=\sqrt{1-x^2}$

3) $2^{2x+1}+2^{3-2x}=\dfrac{8}{\log_3(4x^2-4x+4)}$

**HT 35:** Tìm *m* để các phương trình sau:

1) $\log_2\left(4^x-m\right)=x+1$ có 2 nghiệm phân biệt.

2) $\log_3^2 x-(m+2).\log_3 x+3m-1=0$ có 2 nghiệm $x_1$, $x_2$ thoả $x_1.x_2=27$.

3) $2\log_4(2x^2-x+2m-4m^2)=\log_2(x^2+mx-2m^2)$ có 2 nghiệm $x_1$, $x_2$ thoả $x_1^2+x_2^2>1$.

4) $\log_3^2 x+\sqrt{\log_3^2 x+1}-2m-1=0$ có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $\left[1;3^{\sqrt{3}}\right]$.

5) $4\left(\log_2\sqrt{x}\right)^2+\log_2 x+m=0$ có nghiệm thuộc khoảng (0; 1).

## VẤN ĐỀ VI: HỆ PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ LOGARIT

Khi giải hệ phương trình mũ và logarit, ta cũng dùng các phương pháp giải hệ phương trình đã học như:

- Phương pháp thế.
- Phương pháp cộng đại số.
- Phương pháp đặt ẩn phụ.
- …….

**HT 36:** Giải các hệ phương trình sau:

1) $\begin{cases} x+2^y=5 \\ x-2^y=1 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2^x=4y \\ 4^x=32y \end{cases}$

3) $\begin{cases} x-3^y=1 \\ x^2+3^y=19 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x^{y-1}=8 \\ x^{2y-6}=4 \end{cases}$

**HT 37:** Giải các hệ phương trình sau:

1) $\begin{cases} 4^x-3^y=7 \\ 4^x.3^y=144 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2^x+3^y=17 \\ 3.2^x-2.3^y=6 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2^x+2.3^{x+y}=56 \\ 3.2^x+3^{x+y+1}=87 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 3^{2x+2}+2^{2y+2}=17 \\ 2.3^{x+1}+3.2^y=8 \end{cases}$

5) $\begin{cases} 3^{\sqrt{x}+1}-2^y=-4 \\ 3^{\sqrt{x}+1}-2^{y+1}=-1 \end{cases}$

6) $\begin{cases} 4^{2(x^2-1)}-4.4^{x^2-1}.2^y+2^{2y}=1 \\ 2^{2y}-3.4^{x^2-1}.2^y=4 \end{cases}$

7) $\begin{cases} \cot^2 x=3^y \\ \cos x=2^y \end{cases}$

8) $\begin{cases} (x^2+y)2^{y-x^2}=1 \\ 9(x^2+y)=6^{x^2-y} \end{cases}$

9) $\begin{cases} 3^{2x}-2^y=77 \\ 3^x-2^y=7 \end{cases}$

10) $\begin{cases} 2^x-2^y=(y-x)(xy+2) \\ x^2+y^2=2 \end{cases}$

**HT 38:** Giải các hệ phương trình sau:

1) $\begin{cases} 3^x=2y+1 \\ 3^y=2x+1 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 3^x+2x=y+11 \\ 3^y+2y=x+11 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2^x-2^y=y-x \\ x^2+xy+y^2=3 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 7^{x-1}=6y-5 \\ 7^{y-1}=6x-5 \end{cases}$

**HT 39:** Giải các hệ phương trình sau:

1) $\begin{cases} x+y=6 \\ \log_2 x+\log_2 y=3 \end{cases}$

2) $\begin{cases} \log_x y+\log_y x=2 \\ x+y=6 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x+\log_2 y=4 \\ 2x-\log_2 y=2 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x^2-y^2=3 \\ \log_3\left(x+y\right)-\log_5\left(x-y\right)=1 \end{cases}$

5) $\begin{cases} xy=32 \\ \log_y x=4 \end{cases}$

6) $\begin{cases} \log_3 x+2^{\log_2 y}=3 \\ x^y=9 \end{cases}$

7) $\begin{cases} 2(\log_y x+\log_x y)=5 \\ xy=8 \end{cases}$

8) $\begin{cases} \sqrt{x-1}+\sqrt{2-y}=1 \\ 3\log_9(9x^2)-\log_3 y^3=3 \end{cases}$

9) $\begin{cases} \dfrac{1}{2}\log_3 x^2-\log_3 y=0 \\ \left|x\right|^3+y^2-2y=0 \end{cases}$

10) $\begin{cases} y-\log_3 x=1 \\ x^y=3^{12} \end{cases}$

**HT 40:** Giải các hệ phương trình sau:

1) $\begin{cases} \log_x\left(3x+2y\right)=2 \\ \log_y\left(2x+3y\right)=2 \end{cases}$

2) $\begin{cases} \log_x(6x+4y)=2 \\ \log_y(6y+4x)=2 \end{cases}$

3) $\begin{cases} \log_2\left(1-\dfrac{x}{y}\right)=2-\log_2 y \\ \log_{\sqrt{\frac{3}{2}}} x+\log_{\sqrt{\frac{3}{2}}} y=4 \end{cases}$

4) $\begin{cases} \log_y x-\log_2 y^2=1 \\ \log_4 x-\log_4 y=1 \end{cases}$

5) $\begin{cases} \log_2\left(x^2+y^2+6\right)=4 \\ \log_3 x+\log_3 y=1 \end{cases}$

6) $\begin{cases} x^{\log_2 y}+y^{\log_2 x}=16 \\ \log_2 x-\log_2 y=2 \end{cases}$

7) $\begin{cases} x^{\log_3 y}+2.y^{\log_3 x}=27 \\ \log_3 y-\log_3 x=1 \end{cases}$

8) $\begin{cases} 3.x^{\log_2 y}+2.y^{\log_2 x}=10 \\ \log_4 x^2+\log_2 y=2 \end{cases}$

9) $\begin{cases} \log_x\left(2x+y-2\right)=2 \\ \log_y\left(2y+x-2\right)=2 \end{cases}$

10) $\begin{cases} \log_2\left(xy\right)=4 \\ \log_2\left(\dfrac{x}{y}\right)=2 \end{cases}$

**HT 41:** Giải các hệ phương trình sau:

1) $\begin{cases} \lg x+\lg y=4 \\ x^{\lg y}=1000 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^{x-2y}=36 \\ 4\left(x-2y\right)+\log_6 x=9 \end{cases}$

3) $\begin{cases}(x+y)3^{y-x} = \dfrac{5}{27}\\ 3\log_5(x+y) = x-y\end{cases}$

4) $\begin{cases}3^{\lg x} = 4^{\lg y}\\ (4x)^{\lg 4} = (3y)^{\lg 3}\end{cases}$

5) $\begin{cases}2\left(\log_{\frac{1}{y}} x - 2\log_{x^2} y\right) + 5 = 0\\ xy^2 = 32\end{cases}$

**HT 42:** Giải các hệ phương trình sau:

1) $\begin{cases}2^{\log_{\sqrt{2}} x} = y^4\\ \log_2 x - \log_2 y = 1\end{cases}$

2) $\begin{cases}\left(\sqrt{3}\right)^{x\,-\,y} = \left(\dfrac{1}{3}\right)^{x\,-\,2y}\\ \log_2\left(x+y\right) + \log_2\left(x-y\right) = 4\end{cases}$

3) $\begin{cases}x^{\log_8 y} + y^{\log_8 x} = 4\\ \log_4 x - \log_4 y = 1\end{cases}$

4) $\begin{cases}3^x.2^y = 18\\ \log_{\frac{1}{3}}\left(x+y\right) = -1\end{cases}$

5) $\begin{cases}\left(\sqrt{3}\right)^{x-y} = \left(\dfrac{1}{3}\right)^{x-2y}\\ \log_2(x+y) + \log_2(x-y) = 4\end{cases}$

6) $\begin{cases}4^{\frac{x}{y}+\frac{y}{x}} = 32\\ \log_3\left(x-y\right) = 1 - \log_3\left(x+y\right)\end{cases}$

7) $\begin{cases}3^x.2^y = 972\\ \log_{\sqrt{3}}\left(x-y\right) = 2\end{cases}$

8) $\begin{cases}3^{-x}.2^y = 1152\\ \log_{\sqrt{5}}\left(x+y\right) = 2\end{cases}$

9) $\begin{cases}\left(x+y\right)^x = \left(x-y\right)^y\\ \log_2 x - \log_2 y = 1\end{cases}$

10) $\begin{cases}4^{\log_3 xy} = 2 + (xy)^{\log_3 2}\\ x^2 + y^2 - 3x - 3y = 12\end{cases}$

11) $\begin{cases}x^{\log_3 y} + 2y^{\log_3 x} = 27\\ \log_3 y - \log_3 x = 1\end{cases}$

12) $\begin{cases}\log_x xy = \log_y x^2\\ y^{2\log_y x} = 4y + 3\end{cases}$

**VẤN ĐỀ VII: BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ**

- Khi giải các bất phương trình mũ ta cần chú ý tính đơn điệu của hàm số mũ.

$$a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a > 1 \\ f(x) > g(x) \end{cases} \\ \begin{cases} 0 < a < 1 \\ f(x) < g(x) \end{cases} \end{array}\right.$$

- Ta cũng thường sử dụng các phương pháp giải tương tự như đối với phương trình mũ:

– Đưa về cùng cơ số.

– Đặt ẩn phụ.

– ….

***Chú ý:*** *Trong trường hợp cơ số a có chứa ẩn số thì:*

$$a^M > a^N \Leftrightarrow (a-1)(M-N) > 0$$

**HT 43:** Giải các bất phương trình sau *(đưa về cùng cơ số)*:

1) $3^{\sqrt{x^2 - 2x}} \ge \left(\dfrac{1}{3}\right)^{x - |x - 1|}$

2) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\sqrt{x^6 - 2x^3 + 1}} < \left(\dfrac{1}{2}\right)^{1 - x}$

3) $2^{x+2} - 2^{x+3} - 2^{x+4} > 5^{x+1} - 5^{x+2}$

4) $3^{\sqrt{x}} + 3^{\sqrt{x} - 1} - 3^{\sqrt{x} - 2} < 11$

5) $9^{x^2 - 3x + 2} - 6^{x^2 - 3x + 2} < 0$

6) $6^{2x+3} < 2^{x+7}.3^{3x-1}$

7) $4x^2 + x.2^{x^2 + 1} + 3.2^{x^2} > x^2.2^{x^2} + 8x + 12$

8) $6.x^2 + 3^{\sqrt{x}}.x + 3^{1+\sqrt{x}} < 2.3^{\sqrt{x}}.x^2 + 3x + 9$

9) $9^x + 9^{x+1} + 9^{x+2} < 4^x + 4^{x+1} + 4^{x+2}$

10) $7.3^{x+1} + 5^{x+3} \le 3^{x+4} + 5^{x+2}$

11) $2^{x+2} + 5^{x+1} < 2^x + 5^{x+2}$

12) $2^{x-1}.3^{x+2} > 36$

13) $\left(\sqrt{10} + 3\right)^{\frac{x-3}{x-1}} < \left(\sqrt{10} - 3\right)^{\frac{x+1}{x+3}}$

14) $\left(\sqrt{2} + 1\right)^{x+1} \ge \left(\sqrt{2} - 1\right)^{\frac{x}{x-1}}$

15) $\dfrac{1}{2^{\sqrt{x^2 - 2x}}} \le 2^{x-1}$

16) $2^{\frac{1}{|2x-1|}} \ge 2^{\frac{1}{3x+1}}$

**HT 44:** Giải các bất phương trình sau *(đặt ẩn phụ)*:

1) $2.14^x + 3.49^x - 4^x \ge 0$

2) $4^{\frac{1}{x} - 1} - 2^{\frac{1}{x} - 2} - 3 \le 0$

3) $4^x - 2^{2(x-1)} + 8^{\frac{2}{3}(x-2)} > 52$

4) $8.3^{\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}} + 9^{1 + \sqrt[4]{x}} > 9^{\sqrt{x}}$

5) $25.2^x - 10^x + 5^x > 25$

6) $5^{2x+1} + 6^{x+1} > 30 + 5^x.30^x$

7) $6^x - 2.3^x - 3.2^x + 6 \geq 0$

8) $27^x + 12^x > 2.8^x$

9) $49^{\frac{1}{x}} - 35^{\frac{1}{x}} \leq 25^{\frac{1}{x}}$

10) $3^{x+1} - 2^{2x+1} - 12^{\frac{x}{2}} < 0$

11) $25^{2x-x^2+1} + 9^{2x-x^2+1} \geq 34.25^{2x-x^2}$

12) $3^{2x} - 8.3^{x+\sqrt{x+4}} - 9.9^{\sqrt{x+4}} > 0$

13) $4^{x+\sqrt{x-1}} - 5.2^{x+\sqrt{x-1}+1} + 16 \geq 0$

14) $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^x + \left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^x \leq 2$

15) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{x}} + 3\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x}+1} > 12$

16) $\left(\frac{1}{4}\right)^{3x} - \left(\frac{1}{8}\right)^{x-1} - 128 \geq 0$

17) $2^{\frac{1}{x}+1} + 2^{2-\frac{1}{x}} < 9$

18) $\left(2^{2x+1} - 9.2^x + 4\right).\sqrt{x^2+2x-3} \geq 0$

**HT 45:** Giải các bất phương trình sau *(sử dụng tính đơn điệu)*:

1) $2^x < 3^{\frac{x}{2}} + 1$

2) $\dfrac{2^{1-x} - 2^x + 1}{2^x - 1} \leq 0$

3) $\dfrac{2.3^x - 2^{x+2}}{3^x - 2^x} \leq 1$

4) $3^{\sqrt{x+4}} + 2^{\sqrt{2x+4}} > 13$

5) $\dfrac{3^{2-x} + 3 - 2x}{4^x - 2} \geq 0$

6) $\dfrac{3^x + x - 4}{x^2 - x - 6} > 0$

7) $\sqrt{-3x^2 - 5x + 2} + 2x > 3^x.2x\sqrt{-3x^2 - 5x + 2} + (2x)^2 3^x$

**HT 46:** Tìm *m* để các bất phương trình sau có nghiệm:

1) $4^x - m.2^x + m + 3 \leq 0$

2) $9^x - m.3^x + m + 3 \leq 0$

3) $\sqrt{2^x + 7} + \sqrt{2^x - 2} \leq m$

4) $\left(\sqrt{2}+1\right)^{x^2} + \left(\sqrt{2}-1\right)^{x^2-1} + m = 0$

**HT 47:** Tìm *m* để các bất phương trình sau nghiệm đúng với:

1) $(3m+1).12^x + (2-m).6^x + 3^x < 0$, $\forall x > 0$.

2) $(m-1)4^x + 2^{x+1} + m + 1 > 0$, $\forall x$.

3) $m.9^x - (2m+1)6^x + m.4^x \leq 0$, $\forall x \in [0; 1]$.

4) $m.9^x + (m-1).3^{x+2} + m - 1 > 0$, $\forall x$.

5) $4^{|\cos x|} + 2(2m+1)2^{|\cos x|} + 4m^2 - 3 < 0$, $\forall x$.

6) $4^x - 3.2^{x+1} - m \geq 0$, $\forall x$.

7) $4^x - 2^x - m \geq 0$, $\forall x \in (0; 1)$

8) $\sqrt{3^x + 3} + \sqrt{5 - 3^x} \leq m$, $\forall x$.

9) $2.25^x - (2m+1).10^x + (m+2).4^x \geq 0$, $\forall x \geq 0$.

10) $4^{x-1} - m.(2^x + 1) > 0$, $\forall x$.

**HT 48:** Tìm *m* để mọi nghiệm của (1) đều là nghiệm của bất phương trình (2):

1) $\begin{cases} \left(\dfrac{1}{3}\right)^{\frac{2}{x}} + 3\left(\dfrac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x}+1} > 12 & (1) \\ (m-2)^2 x^2 - 3(m-6)x - m - 1 < 0 & (2) \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2^{\frac{2}{x}} - 2^{\frac{1}{x}+1} > 8 & (1) \\ 4x^2 - 2mx - (m-1)^2 < 0 & (2) \end{cases}$

## VẤN ĐỀ VIII: BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT

• Khi giải các bất phương trình logarit ta cần chú ý tính đơn điệu của hàm số logarit.

$$\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a > 1 \\ f(x) > g(x) > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 0 < a < 1 \\ 0 < f(x) < g(x) \end{cases} \end{array}\right.$$

• Ta cũng thường sử dụng các phương pháp giải tương tự như đối với phương trình logarit:

– Đưa về cùng cơ số.

– Đặt ẩn phụ.

– ….

***Chú ý:*** *Trong trường hợp cơ số a có chứa ẩn số thì:*

$$\log_a B > 0 \Leftrightarrow (a-1)(B-1) > 0\,; \quad \frac{\log_a A}{\log_a B} > 0 \Leftrightarrow (A-1)(B-1) > 0$$

**HT 49:** Giải các bất phương trình sau (*đưa về cùng cơ số*):

1) $\log_5(1-2x) < 1 + \log_{\sqrt{5}}(x+1)$

2) $\log_2\left(1 - 2\log_9 x\right) < 1$

3) $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{5-x} < \log_{\frac{1}{3}}(3-x)$

4) $\log_2 \log_{\frac{1}{3}} \log_5 x > 0$

5) $\log_{\frac{1}{3}}(\log_2 \dfrac{1+2x}{1+x}) > 0$

6) $(x^2-4)\log_{\frac{1}{2}} x > 0$

7) $\log_{\frac{1}{3}}\left[\log_4\left(x^2-5\right)\right] > 0$

8) $6^{\log_6^2 x} + x^{\log_6 x} \le 12$

9) $\log_2(x+3) \ge 1 + \log_2(x-1)$

10) $2^{\left(\log_2 x\right)^2} + x^{\log_2 x}$

11) $\log_3\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right) \ge 0$

12) $2\log_8(x-2) + \log_{\frac{1}{8}}(x-3) > \dfrac{2}{3}$

13) $\log_{\frac{1}{3}}\left[\log_5\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)\right] > \log_3\left[\log_{\frac{1}{5}}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)\right]$

**HT 50:** Giải các bất phương trình sau:

1) $\dfrac{\lg\left(x^2-1\right)}{\lg\left(1-x\right)} < 1$

2) $\dfrac{\log_2\left(x+1\right)^2-\log_3\left(x+1\right)^3}{x^2-3x-4} > 0$

3) $\dfrac{\lg\left(x^2-3x+2\right)}{\lg x+\lg 2} > 2$

4) $x^{\log_2 x}+x^{5\log_x 2-\log_2 x}-18 < 0$

5) $\log_x\dfrac{3x-1}{x^2+1} > 0$

6) $\log_3 x.\log_2 x < \log_3 x^2+\log_2\dfrac{x}{4}$

7) $\log_x(\log_4(2^x-4)) \le 1$

8) $\log_{3x-x^2}(3-x) > 1$

9) $\log_{\frac{x}{5}}\left(x^2-8x+16\right) \ge 0$

10) $\log_{2x}\left(x^2-5x+6\right) < 1$

11) $\log_{\frac{x+6}{3}}\left(\log_2\dfrac{x-1}{x+2}\right) > 0$

12) $\log_{x-1}\left(x+1\right) > \log_{x^2-1}\left(x+1\right)$

13) $(4x^2-16x+7).\log_3(x-3) > 0$

14) $(4^x-12.2^x+32).\log_2(2x-1) \le 0$

**HT 51:** Giải các bất phương trình sau *(đặt ẩn phụ)*:

1) $\log_2 x+2\log_x 4-3 \le 0$

2) $\log_5\left(1-2x\right) < 1+\log_{\sqrt{5}}\left(x+1\right)$

3) $2\log_5 x-\log_x 125 < 1$

4) $\log_{2x} 64+\log_{x^2} 16 \ge 3$

5) $\log_x 2.\log_{2x} 2.\log_2 4x > 1$

6) $\log_{\frac{1}{2}}^2 x+\log_{\frac{1}{4}} x^2 < 0$

7) $\dfrac{2}{1-\log_2 x}+\dfrac{\log_4 x}{1+\log_2 x} > \dfrac{\log_2 x}{1-\log_2^2 x}$

8) $\dfrac{1}{4+\log_2 x}+\dfrac{2}{2-\log_2 x} \le 1$

9) $\log_{\frac{1}{2}}^2 x-6\log_2 x+8 \le 0$

10) $\sqrt{\log_3^2 x-4\log_3 x+9} \ge 2\log_3 x-3$

11) $\sqrt{\log_9(3x^2+4x+2)}+1 > \log_3(3x^2+4x+2)$

12) $\dfrac{1}{5-\log_5 x}+\dfrac{2}{1+\log_5 x} < 1$

13) $\sqrt{1-9\log_{\frac{1}{8}}^2 x} > 1-4\log_{\frac{1}{8}} x$

14) $\log_x 100-\dfrac{1}{2}\log_{100} x > 0$

15) $\dfrac{1+\log_3^2 x}{1+\log_3 x} > 1$

16) $\log_x 2.\log_{\frac{x}{16}} 2 > \dfrac{1}{\log_2 x-6}$

**HT 52:** Giải các bất phương trình sau *(sử dụng tính đơn điệu):*

1) $(x+1)\log_{0,5}^2 x+(2x+5)\log_{0,5} x+6 \ge 0$

2) $\log_2(2^x+1)+\log_3(4^x+2) \le 2$

3) $\dfrac{3}{\log_2\left(x+1\right)} > \dfrac{2}{\log_3\left(x+1\right)}$

4) $\dfrac{\lg\dfrac{5+x}{5-x}}{2^x-3x+1} < 0$

**HT 53:** Tìm *m* để các bất phương trình sau có nghiệm:

1) $\log_{1/2}\left(x^2-2x+m\right) > -3$

2) $\log_x 100-\dfrac{1}{2}\log_m 100 > 0$

3) $\dfrac{1}{5-\log_m x}+\dfrac{2}{1+\log_m x}<1$

4) $\dfrac{1+\log_m^2 x}{1+\log_m x}>1$

5) $\sqrt{\log_2 x+m}>\log_2 x$

6) $\log_{x-m}(x^2-1)>\log_{x-m}(x^2+x-2)$

**HT 54:** Tìm *m* để các bất phương trình sau nghiệm đúng với:

a) $\log_2\left(7x^2+7\right)\geq\log_2\left(mx^2+4x+m\right)$, ∀x

b) $\log_2\left(\sqrt{x^2-2x+m}\right)+4\sqrt{\log_2\left(x^2-2x+m\right)}\leq 5$, ∀x ∈ [0; 2]

c) $1+\log_5(x^2+1)\geq\log_5(mx^2+4x+m)$, ∀x.

d) $\left(2-\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{m}{1+m}\right)x^2-2\left(1+\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{m}{1+m}\right)x-2\left(1+\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{m}{1+m}\right)>0$, ∀x

## ÔN TẬP

**HT 55:** Giải các phương trình sau:

1) $\dfrac{2^{2x-1}.4^{x+1}}{8^{x-1}}=64$

2) $9^{|3x-1|}=3^{8x-2}$

3) $\dfrac{0,2^{x+0,5}}{\sqrt{5}}=\dfrac{(0,04)^x}{25}$

4) $\left(\dfrac{5}{3}\right)^{x+1}.\left(\dfrac{9}{25}\right)^{x^2+2x-11}=\left(\dfrac{5}{3}\right)^9$

5) $7^{x+2}-\dfrac{1}{7}.7^{x+1}-14.7^{x-1}+2.7^x=48$

6) $\left(3^{x^2-7,2x+3,9}-9\sqrt{3}\right)\lg(7-x)=0$

7) $\left(2(2^{\sqrt{x}+3})^{\frac{1}{2\sqrt{x}}}\right)^{\frac{2}{\sqrt{x}-1}}=4$

8) $5^x.\sqrt[x]{8^{x-1}}=500$

9) $x^{1-\frac{1}{3}\lg x^2}=\dfrac{1}{\sqrt[3]{100}}$

10) $x^{\lg x}=1000x^2$

11) $x^{\frac{\lg x+5}{3}}=10^{5+\lg x}$

12) $\left(\sqrt{x}\right)^{\log_3 x-1}=3$

**HT 56:** Giải các phương trình sau:

1) $4^{x^2+2}-9.2^{x^2+2}+8=0$

2) $4^{x-\sqrt{x^2-5}}-12.2^{x-1-\sqrt{x^2-5}}+8=0$

3) $64.9^x-84.12^x+27.16^x=0$

4) $64^{\frac{1}{x}}-2^{3+\frac{3}{x}}+12=0$

5) $9^{x^2-1}-36.3^{x^2-3}+3=0$

6) $3^{4x+8}-4.3^{2x+5}+28=2\log_2\sqrt{2}$

7) $3^{2x+1}=3^{x+2}+\sqrt{1-6.3^x+3^{2(x+1)}}$

8) $\left(\sqrt{5+\sqrt{24}}\right)^x+\left(\sqrt{5-\sqrt{24}}\right)^x=10$

9) $9^{1+\log_3 x}-3^{1+\log_3 x}-210=0$

10) $4^{\lg x+1}-6^{\lg x}-2.3^{\lg x^2+2}=0$

11) $2^{\sin^2 x}+4.2^{\cos^2 x}=6$

12) $3^{\lg(\tan x)}-2.3^{\lg(\cot x)+1}=1$

**HT 57:** Giải các bất phương trình sau:

1) $\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{6-5x}{2+5x}}<\frac{25}{4}$

2) $\frac{2^{x-1}-1}{2^{x+1}+1}<2$

3) $x^2.5^x-5^{2+x}<0$

4) $x^{\lg^2 x-3\lg x+1}>1000$

5) $\frac{4^x+2x-4}{x-1}\le 2$

6) $8.\frac{3^{x-2}}{3^x-2^x}>1+\left(\frac{2}{3}\right)^x$

7) $2^{x+2}-2^{x+3}-2^{x+4}>5^{x+1}-5^{x+2}$

8) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2(x^2-1)}>1$

9) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{|x+2|}{2-|x|}}>9$

10) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+\frac{1}{2}-\frac{2}{x}}>\frac{1}{\sqrt{27}}$

11) $\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{2x+1}{1-x}}>\left(\frac{1}{5}\right)^{-3}$

12) $3^{72}.\left(\frac{1}{3}\right)^x.\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x}}>1$

**HT 58:** Giải các bất phương trình sau:

1) $4^x-2.5^{2x}-10^x>0$

2) $25^{-x}-5^{-x+1}\ge 50$

3) $9.4^{-\frac{1}{x}}+5.6^{-\frac{1}{x}}<4.9^{-\frac{1}{x}}$

4) $3^{\lg x+2}<3^{\lg x^2+5}-2$

5) $4^{x+1}-16^x<2\log_4 8$

6) $2^{2x+1}-21.\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+3}+2\ge 0$

7) $4^x-2^{2(x-1)}+8^{\frac{2(x-2)}{3}}>52$

8) $3^{4-3x}-35.\left(\frac{1}{3}\right)^{2-3x}+6\ge 0$

9) $\sqrt{9^x-3^{x+2}}>3^x-9$

10) $\sqrt{9^x+3^x-2}\ge 9-3^x$

**HT 59:** Giải các phương trình sau:

1) $\log_3(3^x-8)=2-x$

2) $\log_{5-x}(x^2-2x+65)=2$

3) $\log_7(2^x-1)+\log_7(2^x-7)=1$

4) $\log_3(1+\log_3(2^x-7))=1$

5) $3^{\log_3 \lg\sqrt{x}}-\lg x+\lg^2 x-3=0$

6) $9^{\log_3(1-2x)}=5x^2-5$

7) $x^{1+\lg x}=10x$

8) $\left(\sqrt{x}\right)^{\log_5 x-1}=5$

9) $\left(\dfrac{\lg x}{2}\right)^{\lg^2 x+\lg x^2-2}=\lg\sqrt{x}$

10) $x^{\frac{\lg x+7}{4}}=10^{\lg x+1}$

11) $\log_3\left(\log_9 x+\dfrac{1}{2}+9^x\right)=2x$

12) $2\log_3\dfrac{x-3}{x-7}+1=\log_3\dfrac{x-3}{x-1}$

**HT 60:** Giải các phương trình sau:

1) $2\left(\log_x\sqrt{5}\right)^2-3\log_x\sqrt{5}+1=0$

2) $\log_{1/3}x-3\sqrt{\log_{1/3}x}+2=0$

3) $\log_2^2 x+2\log_2\sqrt{x}-2=0$

4) $3+2\log_{x+1}3=2\log_3(x+1)$

5) $\log_x\left(9x^2\right).\log_3^2 x=4$

6) $\log_3\left(\log_{1/2}^2 x-3\log_{1/2}x+5\right)=2$

7) $\lg^2(100x)-\lg^2(10x)+\lg^2 x=6$

8) $\log_2(2x^2).\log_2(16x)=\dfrac{9}{2}\log_2^2 x$

9) $\log_3(9^x+9)=x+\log_3(28-2.3^x)$

10) $\log_2(4^x+4)=\log_2 2^x+\log_2(2^{x+1}-3)$

**HT 61:** Giải các bất phương trình sau:

1) $\log_{0,5}(x^2-5x+6)>-1$

2) $\log_7\dfrac{2x-6}{2x-1}>0$

3c) $\left|\log_3 x\right|-\log_3 x-3<0$

4) $\log_{1/3}\dfrac{2-3x}{x}\ge -1$

5) $\log_{1/4}(2-x)>\log_{1/4}\dfrac{2}{x+1}$

6) $\log_{1/3}\left[\log_4(x^2-5)\right]>0$

7) $\dfrac{x^2-4}{\log_{1/2}(x^2-1)}<0$

8h) $\dfrac{\log_2(x+1)}{x-1}>0$

9) $2^{\log_{2-x}(x^2+8x+15)}<1$

10) $(0,5)^{\log_{1/3}\frac{x+5}{x^2+3}}>1$

**HT 62:** Giải các hệ phương trình sau:

1) $\begin{cases}4^{(x-y)^2-1}=1\\ 5^{x+y}=125\end{cases}$

2) $\begin{cases}4^{x+y}=128\\ 5^{3x-2y-3}=1\end{cases}$

3) $\begin{cases}2^x+2^y=12\\ x+y=5\end{cases}$

4) $\begin{cases} 3.2^x + 2.3^x = 2,75 \\ 2^x - 3^y = -0,75 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 7^x - 16y = 0 \\ 4^x - 49y = 0 \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 3^x.2^y = 972 \\ \log_{\sqrt{3}}(x-y) = 2 \end{cases}$

7) $\begin{cases} 4^{\frac{x}{y}} - 3.4^{\frac{5y-x}{y}} = 16 \\ \sqrt{x} - \sqrt{2y} = \sqrt{12} - \sqrt{8} \end{cases}$ 8) $\begin{cases} 3^{2x} - 2^y = 77 \\ 3^x - 2^{y/2} = 7 \end{cases}$ 9) $\begin{cases} (x^2+y)2^{y-x^2} = 1 \\ 9(x^2+y) = 6^{x^2-y} \end{cases}$

**HT 63:** Giải các hệ phương trình sau:

1) $\begin{cases} \log_4 x - \log_2 y = 0 \\ x^2 - 5y^2 + 4 = 0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \log_{\sqrt{3}}(x-y) = 2 \\ \log_4 x - \log_x y = \dfrac{7}{6} \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x^{\lg y} = 2 \\ xy = 20 \end{cases}$

4) $\begin{cases} \log_2 x + 2\log_2 y = 3 \\ x^2 + y^4 = 16 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{y} = \dfrac{2}{15} \\ \log_3 x + \log_3 y = 1 + \log_3 5 \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 3^{\log_x 2} = y^{\log_5 y} \\ 2^{\log_y 3} = x^{\log_7 x} \end{cases}$

7) $\begin{cases} \lg(x^2+y^2) - 1 = \lg 13 \\ \lg(x+y) - \lg(x-y) = 3\lg 2 \end{cases}$ 8) $\begin{cases} \dfrac{x}{y^2} + \dfrac{y}{x^2} = \dfrac{9}{8} \\ \log_2 x + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{y} = 3 \end{cases}$ 9) $\begin{cases} xy = 8 \\ 2(\log_y x + \log_x y) = 5 \end{cases}$

10) $\begin{cases} 2\log_2 x - 3^y = 15 \\ 3^y.\log_2 x = 2\log_2 x + 3^{y+1} \end{cases}$ 11) $\begin{cases} 4^{\frac{x}{y}+\frac{y}{x}} = 32 \\ \log_3(x-y) = 1 - \log_3(x+y) \end{cases}$ 12) $\begin{cases} 3^x.2^y = 576 \\ \log_{\sqrt{2}}(y-x) = 4 \end{cases}$

**HT 64:** Giải các phương trình sau:

1) $4^{x-\sqrt{x^2-5}} - 12.2^{x-1-\sqrt{x^2-5}} + 8 = 0$ 2) $(x+1)\log_3^2 x - 4x\log_3 x - 16 = 0$

3) $\dfrac{1}{2}\log_2(x-1)^2 + \log_{\frac{1}{2}}(x+4) = \log_2(3-x)$ 4) $\log_3(x^2+2x+1) = \log_2(x^2+2x)$

5) $3x^2 - 2x^3 = \log_2(x^2+1) - \log_2 x$ 6) $\log_5 x.\log_3 x = \log_5 x + \log_3 x$

7) $\log_2(2^x+1).\log_2(2^{x+1}+2) = 6$ 8) $\log_3 \dfrac{3}{x}.\log_2 x - \log_3 \dfrac{x^3}{\sqrt{3}} = \dfrac{1}{2} + \log_2 \sqrt{x}$

9) $3 + \dfrac{1}{\log_{32} x} = \log_x\left(\dfrac{89x}{2} - \dfrac{25}{2x}\right)$ 10) $\log_{0,5}^2 x + \log_2 x^2 = \log_x 4x$

11) $\dfrac{3}{2}\log_{\frac{1}{4}}(x+2)^2 - 3 = \log_{\frac{1}{4}}(4-x)^3 + \log_{\frac{1}{4}}(x+6)^3$

12) $\log_4(x+1)^2 + 2 = \log_{\sqrt{2}}\sqrt{4-x} + \log_8(4+x)^3$

**Đ/s:** 1) $x=\frac{9}{4}; x=3$ 2) $x=\frac{1}{81}; x=3$ 3) $x=-\sqrt{11}; x=-1+\sqrt{14}$

4) $x=-1\pm\sqrt{3}$ 5) Đánh giá $x=1$ 6) $x=1; x=15$

7) $\log_2 3$ 8) $x=1; x=\frac{\sqrt{3}}{8}$ 9) $x=\frac{5}{8}$

10) $x=\frac{1}{4}; x=\frac{1}{2}; x=2$ 11) $x=2; x=1-\sqrt{33}$ 12) $x=2-\sqrt{24}; x=2$

**HT 65:** Giải các bất phương trình sau:

1) $2\log_5 x-\log_x 125<1$

2) $2^{(\log_2 x)^2}+x^{\log_2 x}\le 4$

3) $4x^2+x.2^{x^2+1}+3.2^{x^2}>x^2.2^{x^2}+8x+12$

4) $\dfrac{\log_{\frac{1}{2}}(x+3)^2-\log_{\frac{1}{3}}(x+3)^2}{x+1}>0$

5) $\sqrt{8+2^{1+x}-4^x}+2^{1+x}>5$

6) $\dfrac{\log_2^2 x+3}{\log_2 x+3}>2$

7) $\log_4(3^x-1)\log_{\frac{1}{4}}\dfrac{3^x-1}{16}\le\dfrac{3}{4}$

8) $(x+1)\log_{\frac{1}{2}} x+(2x+5).\log_{\frac{1}{2}} x+6\ge 0$

9) $\dfrac{1}{\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)}+\dfrac{1}{\log_2\sqrt{x^2-3x+2}}>0$

**Đ/s:** 1) $x\in\left(0;\frac{1}{5}\right)\cup\left(1;5\sqrt{5}\right)$ 2) $x\in(0;+\infty)$ 3) $x\in\left(-\sqrt{2};-1\right)\cup\left(\sqrt{2};3\right)$

4) $(-2;-1)$ 5) $(0;2]$ 6) $\left(\frac{1}{8};\frac{1}{2}\right)$

7) $(0;1)\cup(3;+\infty)$ 8) $(0;2]\cup[4;+\infty)$ 9) $\left(\frac{1+\sqrt{13}}{6};1\right)\cup\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2};+\infty\right)$

**HT 66:** Giải các hệ phương trình sau:

1) $\begin{cases}9^{\log_2(xy)}=3+2.(xy)^{\log_2 3}\\ x^2+y^2=3x+3y+6\end{cases}$

2) $\begin{cases}\log_2(x^2+y^2)=5\\ 2\log_4 x+\log_2 y=4\end{cases}$

3) $\begin{cases}2^x+\log_2 y+2^x\log_2 y=5\\ 4^x+\log_2^2 y=5\end{cases}$

4) $\begin{cases}3.\left(\frac{2}{3}\right)^{2x-y}+7.\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2x-y}{2}}-6=0\\ \lg(3x-y)+\lg(y+x)-4\lg 2=0\end{cases}$

5) $\begin{cases} \log_2 x + 3\sqrt{3 - \log_3 y} = 5 \\ 3\sqrt{\log_2 x - 1} - \log_3 y = -1 \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 4^{\frac{x}{y}+\frac{y}{x}} = 32 \\ \log_3(x-y) = 1 - \log_3(x+y) \end{cases}$

**Đ/s: 1)** $\left(\dfrac{5 \mp \sqrt{17}}{2}; \dfrac{5 \pm \sqrt{17}}{2}\right)$ 2) $\left(4;4\right)$ 3) $(2;4);(4;2)$

4) $\left(2;2\right)$ 5) $(4;81)$ 6) $(2;1)$

***TUYỂN TẬP ĐỀ THI CÁC NĂM***

**HT 67:** (D – 2011) $\log_2(8-x^2)+\log_{\frac{1}{2}}\left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}\right)-2=0\ (x\in\mathbb{R})$ Đ/s: $x=0$

**HT 68:** (B – 2010) $\begin{cases}\log_2(3y-1)=x\\4^x+2^x=3y^2\end{cases}\ (x,y\in\mathbb{R})$ Đ/s: $\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)$

**HT 69:** (D – 2010) $\begin{cases}x^2-4x+y+2=0\\2\log_2(x-2)-\log_{\sqrt{2}}y=0\end{cases}\ (x,y\in\mathbb{R})$ Đ/s: $(3;1)$

**HT 70:** (A – 2009) $\begin{cases}\log_2(x^2+y^2)=1+\log_2(xy)\\3^{x^2-xy+y^2}=81\end{cases}\ (x,y\in\mathbb{R})$ Đ/s: $(2;2),(-2;-2)$

**HT 71:** (A – 2008) $\log_{2x-1}(2x^2+x-1)+\log_{x+1}(2x-1)^2=4$ Đ/s: $\left[\begin{array}{l}x=2\\x=\dfrac{5}{4}\end{array}\right.$

**HT 72:** (B – 2008) $\log_{0,7}\left(\log_6\dfrac{x^2+x}{x+4}\right)<0$ Đ/s: $(-4;-3)\cup(8;+\infty)$

**HT 73:** (D – 2008) $\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{x^2-3x+2}{x}\ge 0$ Đ/s: $\left[2-\sqrt{2};1\right]\cup(2;2+\sqrt{2})$

**HT 74:** (A – 2007) $2\log_3(4x-3)+\log_{\frac{1}{3}}(2x+3)\le 2$ Đ/s: $\dfrac{3}{4}<x\le 3$

**HT 75:** (B – 2007) $\left(\sqrt{2}-1\right)^x+\left(\sqrt{2}+1\right)^x-2\sqrt{2}=0$ Đ/s: $x=\pm 1$

**HT 76:** (D – 2007) $\log_2(4^x+15.2^x+27)+2\log_2\dfrac{1}{4.2^x-3}=0$ Đ/s: $x=\log_2 3$

**HT 77:** (A – 2006) $3.8^x+4.12^x-18^x-2.27^x=0$ Đ/s: $x=1$

**HT 78:** (B – 2006) $\log_5(4^x+144)-4\log_5 2<1+\log_5(2^{x-2}+1)$ Đ/s: $2<x<4$

**HT 79:** (D – 2006) Chứng minh rằng với mọi $a>0$ hệ có nghiệm duy nhất:

$$\begin{cases}e^x-e^y=\ln(1+x)-\ln(1+y)\\y-x=a\end{cases}$$

**HT 80:** (A – 2004) $\begin{cases}\log_{\frac{1}{4}}(y-x)-\log_4\dfrac{1}{y}=1\\x^2+y^2=25\end{cases}$ Đ/s: $(3;4)$

**HT 81:** (D – 2003) $2^{x^2-x}-2^{2+x-x^2}=3$ Đ/s: $\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2\end{array}\right.$

**HT 82:** (A – 2002) Cho phương trình $\log_3^2 x+\sqrt{\log_3^2 x+1}-2m-1=0$ (Với m là tham số)

a. Giải phương trình với $m=2$ Đ/s: $x=3^{\pm\sqrt{3}}$

b. Tìm m để phương trình có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $\left[1;3^{\sqrt{3}}\right]$ Đ/s: $0 \le m \le 2$

**HT 83:** (B – 2002) $\log_x\left(\log_3(9^x - 72)\right) \le 1$ Đ/s: $\log_9 73 < x \le 2$