

Trần Thành Minh – Phan Lưu Biên - Trần Quang Nghĩa



## ĐẠI SỐ 10

### Chương 2. Hàm Số Bậc Nhất và Bậc Hai

[www.saosangsong.com.vn/](http://www.saosangsong.com.vn/)

SAVE YOUR TIME&MONEY  
SHARPEN YOUR SELF-STUDY SKILL  
SUIT YOUR PACE

## § 1. Đại cương về hàm số

### A. Tóm tắt giáo khoa

**1/ Định nghĩa hàm số :** Cho D là tập con khác rỗng của tập  $\mathbb{R}$ .

Hàm số f xác định trên D là một quy tắc cho ứng với mỗi số x thuộc D một số thực y duy nhất gọi là giá trị của hàm số f tại x, ký hiệu là  $y = f(x)$

D gọi là tập xác định (hay miền xác định), x gọi là biến số độc lập hay đối số của hàm số f

Ta viết  $f: D \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \rightarrow y = f(x)$$

**2/ Cách cho hàm số :** Hàm số thường cho bằng biểu thức  $f(x)$  và ta quy ước rằng : nếu không có giải thích gì thêm thì tập xác định của hàm số  $y = f(x)$  là tập hợp tất cả các số thực

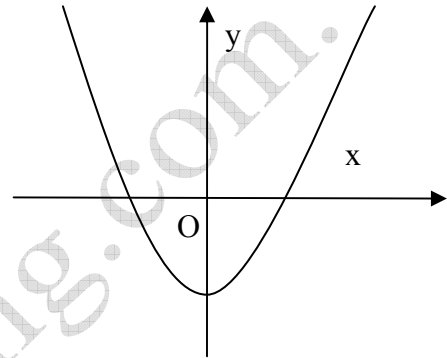
x sao cho biểu thức  $f(x)$  có nghĩa.

**3/ Đồ thị của hàm số :**

Định nghĩa : Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên D.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đồ thị của hàm số là tập hợp tất cả các điểm có tọa độ  $(x; f(x))$  với  $x \in D$

Ghi chú : Ngoài cách cho hàm số bằng biểu thức  $f(x)$ , người ta có thể cho hàm số bằng bảng giá trị, bằng biểu đồ hoặc bằng đồ thị



**4/ Hàm số đồng biến, nghịch biến :**

**Định nghĩa :** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên khoảng  $(a; b) \subset \mathbb{R}$

- Hàm số f gọi là đồng biến (hay tăng) trên khoảng  $(a; b)$  nếu với mọi  $x_1, x_2 \in (a; b): x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$
- Hàm số f gọi là nghịch biến (hay giảm) trên khoảng  $(a; b)$  nếu với mọi  $x_1, x_2 \in (a; b): x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

**Ghi chú :** Từ định nghĩa trên ta suy ra :

- f đồng biến trên  $(a; b) \Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in (a; b), x_1 \neq x_2, \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} > 0$
- f nghịch biến trên  $(a; b) \Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in (a; b), x_1 \neq x_2, \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < 0$

Khảo sát sự biến thiên của hàm số là xét xem hàm số đồng biến trên khoảng nào, nghịch biến trên khoảng nào trong tập xác định của nó

**5/ Hàm số chẵn, hàm số lẻ :**

**Định nghĩa :** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên D

- f là hàm số chẵn nếu với mọi x thuộc D, thì :  
- x cũng thuộc D và  $f(-x) = f(x)$
- f là hàm số lẻ nếu với mọi x thuộc D, thì :  
- x cũng thuộc D và  $f(-x) = -f(x)$

**Định lý :**

Hàm số chẵn thì có đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng

Hàm số lẻ thì có đồ thị nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng

### B. Giải toán

**Đạng toán 1: Tìm miền xác định của hàm số f:**

Ta cần nhớ:

$$\frac{1}{f(x)} \text{ xác định khi } f(x) \neq 0$$

$$T\sqrt{f(x)} \text{ xác định khi } f(x) \geq 0$$

$$\frac{f(x)}{\sqrt{g(x)}} \text{ xác định khi } g(x) > 0$$

**Ví dụ 1 :** Tìm miền xác định của hàm số :  $f(x) = 2\sqrt{x-1} - \frac{3}{|x|-2}$

**Giải :**

$$f(x) \text{ xác định khi } \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ |x|-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ |x| \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \neq \pm 2 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1 \& x \neq 2$$

**Ví dụ 2 :** Tìm miền xác định của hàm số :  $f(x) = \sqrt{2x-3} + \frac{x+2}{\sqrt{3-x}}$

**Giải**

$$f(x) \text{ xác định khi } \begin{cases} 2x-3 \geq 0 \\ 3-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3}{2} \\ x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{3}{2} \leq x < 3$$

**Ví dụ 3 :** Tìm miền xác định của hàm số  $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 3} + \frac{1}{|x|+1}$

**Giải**

Ta có :  $x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2 > 0$  với mọi  $x$   
và  $|x|+1 \neq 0$  với mọi  $x$

Vậy hàm số  $f$  xác định với mọi  $x \in \mathbb{R}$

**\*Ví dụ 4:** Định  $m$  để hàm số sau xác định trên  $(0,2)$ :

$$f(x) = \frac{2x}{x-m+1}$$

**Giải**

Hàm số  $f(x)$  xác định khi  $x-m+1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq m-1$

Do đó để hàm số  $f(x)$  xác định trên khoảng  $(0,2)$  thì ta phải có  $m-1 \notin (0,2)$

Vậy  $m-1 \leq 0$  hay  $m-1 \geq 2 \Leftrightarrow m \leq 1$  hay  $m \geq 3$

**\*Ví dụ 5:** Tìm  $m$  để hàm số  $y = \sqrt{x-m+1} + \sqrt{2x-m}$  xác định với mọi  $x > 0$

**Giải**

Hàm số xác định khi  $\begin{cases} x-m+1 \geq 0 \\ 2x-m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m-1 \\ x \geq \frac{m}{2} \end{cases}$

Do đó hàm số xác định với mọi  $x > 0$  khi  $\begin{cases} m-1 \leq 0 \\ \frac{m}{2} \leq 0 \end{cases}$ .

Vậy  $m \leq 0$

**\*Ví dụ 6:** Cho hàm số  $y = f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{khi } -2 \leq x < 0 \\ -x & \text{khi } 0 \leq x < 1 \\ -2x+1 & \text{khi } 1 \leq x < 3 \end{cases}$   
 Tìm tập xác định của hàm số f và tính  $f(0)$  ;  $f(-1)$  ;  $f(1)$  ;  $f(2)$

**Giải**  
 Tập xác định của hàm số là  $[-2; 3)$   
 Ta có  $f(0) = 0$  ;  $f(-1) = 2(-1) - 1 = -3$  ;  $f(1) = -2(1) + 1 = -1$  và  $f(2) = -2(2) + 1 = -3$ .

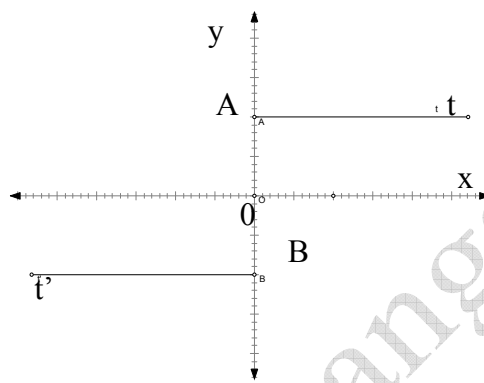
**Dạng toán 2 : Đồ thị của hàm số**

Điểm  $M(x_0 ; y_0) \in$  đồ thị (C) của hàm số  $y = f(x) \Leftrightarrow y_0 = f(x_0)$

**Ví dụ 1 :** Vẽ đồ thị của hàm số sau (gọi là *hàm dấu*) :

$$d(x) = \begin{cases} -1 & \text{khi } x < 0 \\ 0 & \text{khi } x = 0 \\ 1 & \text{khi } x > 0 \end{cases}$$

**Giải** Tập xác định là  $\mathbb{R}$ . Đồ thị gồm 2 tia At, Bt', và điểm gốc O



**Ví dụ 2 :** Trong các điểm : A(0 ; 1) , B(2 ; 2) , C(-2 ; 4) ,điểm nào thuộc đồ thị của hàm số  $y = x^2$

**Giải**  
 Thay tọa độ các điểm vào phương trình  $y = x^2$  ta thấy :

- $1 = 0^2$  (không thỏa), nên điểm A không thuộc đồ thị
- $2 = 2^2$  không thỏa nên điểm B không thuộc đồ thị
- $4 = (-2)^2$  thỏa nên điểm C thuộc đồ thị hàm số

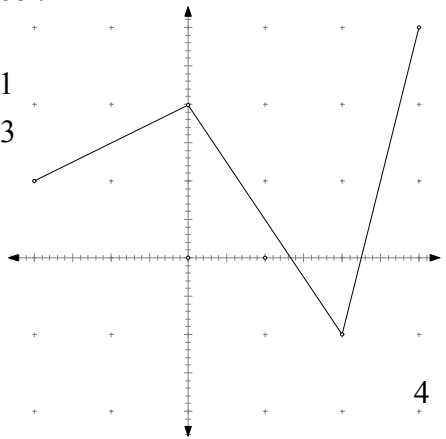
**\* Ví dụ 3 :** Tìm 2 số  $x_0, y_0$  sao cho điểm  $(x_0; y_0)$  thuộc đồ thị của hàm số  $y = x^2 - mx + 2 + m$  với mọi giá trị của m.

**Giải**  
 Điểm  $(x_0 ; y_0)$  thuộc đồ thị của hàm số  $y = x^2 - mx + 2 + m$  khi ta có :  
 $y_0 = x_0^2 - mx_0 + 2 + m$  hay  $y_0 = x_0^2 + 2 + m(1 - x_0)$

Phương trình này được thỏa với mọi m  $\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x_0 = 0 \\ y_0 = x_0^2 + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = 3 \end{cases}$

**Ví dụ 4 :** Hàm số  $y = f(x)$  được cho bởi đồ thị bên phải :

- Tìm tập xác định của hàm số f
- Tính  $f(0)$  ,  $f(-2)$
- Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số



**Giải**

- a) Theo đồ thị ta thấy tập xác định của hàm số là  $[-2;3]$
- b) Ta có  $f(0) = 2$  và  $f(-2) = 1$
- c) Giá trị lớn nhất của  $f(x)$  là 3 ; giá trị nhỏ nhất của  $f(x)$  là -1

**Dạng toán 3 : Dùng định nghĩa xét tính đồng biến và nghịch biến của hàm số**

Lấy  $x_1$  và  $x_2$  là hai giá trị tùy ý thuộc khoảng  $(a ; b)$  với  $x_1 \neq x_2$  và xét nếu :

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} > 0 \text{ thì hàm số } f(x) \text{ đồng biến trên } (a;b)$$

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < 0 \text{ thì hàm số nghịch biến trên } (a;b)$$

**Ví dụ 1 : Dùng định nghĩa chứng minh hàm số  $f(x) = 2x - 3$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$**

**Giải**

Gọi  $x_1$  và  $x_2$  là hai giá trị tùy ý thuộc tập  $\mathbb{R}$  với  $x_1 \neq x_2$  ta có :

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{(2x_2 - 3) - (2x_1 - 3)}{x_2 - x_1} = 2 > 0$$

Vậy hàm số  $f(x) = 2x - 3$  luôn đồng biến trên tập xác định  $\mathbb{R}$

**Ví dụ 2 : Dùng định nghĩa xét tính đồng biến và nghịch biến của hàm số  $y = f(x) = x^2 - 2x + 2$  trên mỗi khoảng  $(-\infty;1)$  và  $(1;+\infty)$**

**Giải**

Gọi  $x_1$  và  $x_2$  là hai giá trị tùy ý thuộc  $(-\infty;1)$  với  $x_1 \neq x_2$  ta có :

$$\begin{aligned} \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} &= \frac{(x_2^2 - 2x_2 + 2) - (x_1^2 - 2x_1 + 2)}{x_2 - x_1} = \frac{x_2^2 - x_1^2 - 2(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{(x_2 - x_1)(x_2 + x_1) - 2(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{(x_2 - x_1)(x_2 + x_1 - 2)}{x_2 - x_1} = x_1 + x_2 - 2 \end{aligned}$$

Vì  $x_1$  và  $x_2$  thuộc  $(-\infty;1)$  nên  $x_1 < 1$  và  $x_2 < 1$  , do đó  $x_1 + x_2 < 2$

Vậy  $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < 0$  Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty;1)$

Tương tự với  $x_1$  và  $x_2$  thuộc  $(1;+\infty)$  với  $x_1 \neq x_2$  ta cũng có :

$$x_1 > 1 \text{ và } x_2 > 1 \text{ nên } x_1 + x_2 > 2 \text{ , do đó } x_1 + x_2 - 2 > 0$$

Vậy  $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} > 0$  Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng  $(1;+\infty)$

**Ví dụ 3 : Khảo sát sự biến thiên của hàm số  $y = \frac{2}{x-1}$  trên mỗi khoảng xác định  $(-\infty;1)$  và  $(1;+\infty)$**

**Giải**

Gọi  $x_1$  và  $x_2$  là hai giá trị tùy ý thuộc  $(-\infty;1)$  với  $x_1 \neq x_2$  ta có :

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{\frac{2}{x_2 - 1} - \frac{2}{x_1 - 1}}{x_2 - x_1} = \frac{-2(x_2 - x_1)}{(x_2 - x_1)(x_2 - 1)(x_1 - 1)} = \frac{-2}{(x_2 - 1)(x_1 - 1)}$$

29

Vì  $x_1$  và  $x_2$  thuộc  $(-\infty;1)$  nên  $x_1 - 1 < 0$  và  $x_2 - 1 < 0$  , do đó

$$(x_2 - 1)(x_1 - 1) > 0. \text{ Vậy } \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < 0$$

Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 1)$

Tương tự với  $x_1$  và  $x_2$  thuộc  $(1; +\infty)$  với  $x_1 \neq x_2$  ta cũng có :

$$x_1 - 1 > 0 \text{ và } x_2 - 1 > 0, \text{ do đó } \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < 0$$

Vậy hàm số vẫn nghịch biến trên khoảng  $(1; +\infty)$

**\*Ví dụ 4:** Dùng định nghĩa chứng minh hàm số  $y = x^3 + 3x$  đồng biến trên tập  $\mathbb{R}$

**Giải**

Gọi  $x_1$  và  $x_2$  là hai giá trị tùy ý thuộc  $\mathbb{R}$  với  $x_1 \neq x_2$  ta có :

$$\begin{aligned} \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} &= \frac{x_2^3 + 3x_2 - x_1^3 - 3x_1}{x_2 - x_1} = \frac{(x_2 - x_1)(x_2^2 + x_1x_2 + x_1^2) + 3(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} \\ &= x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 + 3 = \left(x_1 + \frac{1}{2}x_2\right)^2 + \frac{3x_2^2}{4} + 3 > 0 \text{ với mọi } x_1 \text{ và } x_2 \end{aligned}$$

Vậy hàm số luôn đồng biến trên  $\mathbb{R}$

**Dạng 4 : Xét tính chẵn , lẻ của hàm số**

- Tập xác định  $D$  của hàm số phải đối xứng qua 0
- Với mọi  $x \in D$  thì  $-x \in D$  :
  - nếu  $f(-x) = f(x)$  thì hàm số chẵn trên  $D$
  - nếu  $f(-x) = -f(x)$  thì hàm số lẻ trên  $D$

**Ví dụ 1 :** Xét tính chẵn – lẻ của hàm số :  $y = \sqrt{x+1}$

**Giải**

Hàm số  $y = \sqrt{x+1}$  xác định khi  $x + 1 \geq 0$  hay  $x \geq -1$

Ta nhận thấy tập xác định của hàm số là  $[-1; +\infty)$  không đối xứng qua 0 nghĩa vì với  $x = 2$  thì  $-x = -2 \notin [-1; +\infty)$

Vậy hàm số này không chẵn và cũng không lẻ

**Ví dụ 2 :** Xét tính chẵn – lẻ của hàm số  $y = f(x) = 2x^3 - 4x$

**Giải**

Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R}$

Với mọi  $x$  ta có :  $x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R}$  và  $f(-x) = 2(-x)^3 - 4(-x) = -2x^3 + 4x = -f(x)$

Vậy  $f(x)$  là hàm số lẻ

**Ví dụ 3 :** Xét tính chẵn – lẻ của hàm số  $y = f(x) = \sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}$

**Giải**

Hàm số xác định khi  $\begin{cases} 2+x \geq 0 \\ 2-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$  Tập xác định là  $[-2; 2]$

Với mọi  $x \in [-2; 2]$  thì  $-x \in [-2; 2]$  và  $f(-x) = \sqrt{2-x} + \sqrt{2+x} = f(x)$

Vậy  $f(x)$  là hàm số chẵn

**Ví dụ 4 :** Xét tính chẵn – lẻ của hàm số  $y = f(x) = 2x|x|^3$

**Giải**

Tập xác định là  $\mathbb{R}$

Với mọi  $x \in \mathbb{R}$  thì  $-x \in \mathbb{R}$  và ta có  $f(-x) = 2(-x) - |-x|^3 = -2x|x|^3 = -f(x)$

Vậy  $f(x)$  là hàm số lẻ

## B. Bài tập rèn luyện :

2.1. Tìm miền xác định các hàm số sau:

a)  $y = \frac{2x-1}{|x|+1}$

b)  $y = \frac{x}{|x|-2}$

c)  $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$

d)  $y = \sqrt{2x-1} - \sqrt{2-x}$

2.2. Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{khi } x < -1 \\ \sqrt{1-x^2} & \text{khi } -1 \leq x \leq 1 \end{cases}$

a) Tìm miền xác định của hàm số  $f$

b) Tính  $f(-2)$ ,  $f(-1)$ ,  $f(\frac{\sqrt{2}}{2})$ ,  $f(1)$

\* 2.3. Tìm  $m$  để hàm số  $y = \sqrt{x-m} + \sqrt{2x-m+1}$  xác định với mọi  $x > 0$

2.4. Gọi  $(C)$  là đồ thị của hàm số  $y = x|x|$ . Điểm nào sau đây thuộc  $(C)$

A(-1; 1) B(-1; -1) C(1; -1) D(1; 0)

\*2.5. Tìm điểm  $(x_0; y_0)$  thuộc đồ thị của hàm số  $y = \frac{mx-1}{x-m}$  với mọi giá trị của  $m$

2.6. Vẽ đồ thị của hàm số  $y = [x]$  gọi là phần nguyên của  $x$  với  $x \in [-2; 3]$  (với mọi số thực  $x$  có một số nguyên  $y$  duy nhất thỏa  $y \leq x < y+1$ )

2.7. Xét sự biến thiên của hàm số trên mỗi khoảng

a)  $y = \frac{3}{x}$  trên mỗi khoảng  $(-\infty, 0)$  và  $(0; +\infty)$

b)  $y = -x^2 + 2x$  trên mỗi khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(1; +\infty)$

c)  $y = \sqrt{x-1}$  trên khoảng  $[1; +\infty)$

\*d)  $y = x^3 + 2$  trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$

2.8. Xét tính chẵn - lẻ của các hàm số sau :

a)  $f(x) = -2x + 5$                       b)  $f(x) = -x^3 + 2x$

c)  $f(x) = \frac{3}{x-2}$                               d)  $f(x) = x^2 - 2|x|$

\* 2.9. Xét tính chẵn - lẻ của hàm số Dirichlet :

$$D(x) = \begin{cases} 1 & \text{khi } x \in \mathbb{Q} \\ 0 & \text{khi } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

2.10. Cho hàm số  $y = \sqrt{2-x} + \sqrt{x+2}$  Câu nào sau đây đúng?

a) Miền xác định là  $x > -2$

b) Hàm số lẻ

c) Đồ thị hàm số có trục đối xứng là trục  $Oy$

d) Điểm A ( 0 ; 2 ) thuộc đồ thị hàm số

## D. Hướng dẫn - đáp số :

2.1. a) Tập xác định là  $\mathbb{R}$

b) Miền xác định là  $\mathbb{R} \setminus \{-2; +2\}$

c) Miền xác định là  $x \in [-1; +\infty)$  và  $x \neq 1$

d) Hàm số xác định khi  $\begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ 2-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq x \leq 2$

**2.2.a)** Miền xác định của hàm số là  $(-\infty; 1]$

b)  $f(-2) = -5$  ;  $f(-1) = 0$  ;  $f(\frac{\sqrt{2}}{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$  ;  $f(1) = 0$

\* **2.3.** Hàm số xác định khi  $\begin{cases} x-m \geq 0 \\ 2x-m+1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m \\ x \geq \frac{m-1}{2} \end{cases}$

Do đó để hàm số xác định với mọi  $x > 0$  thì  $\begin{cases} m \leq 0 \\ \frac{m-1}{2} \leq 0 \end{cases}$  Vậy  $m \leq 0$

**2. 4..** Điểm B thuộc đồ thị ( C )

\* **2.5.** Điểm  $(x_0 ; y_0 )$  thuộc đồ thị của hàm số  $y = \frac{mx-1}{x-m}$  khi ta có :

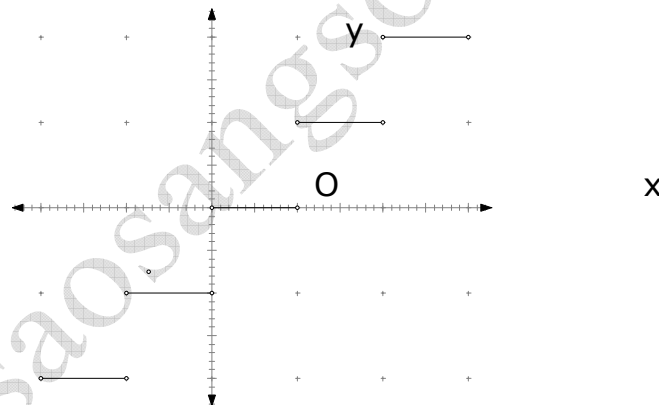
$y_0 = \frac{mx_0-1}{x_0-m}$  hay  $x_0y_0 - my_0 = mx_0 - 1$  với  $x_0 \neq m$

$\Leftrightarrow x_0y_0 + 1 = m(x_0 + y_0)$

Phương trình này được thỏa với mọi  $m \neq x_0$  khi :

$\begin{cases} x_0 + y_0 = 0 \\ x_0y_0 + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow (x_0 = 1 ; y_0 = -1) \text{ và } (x_0 = -1 ; y_0 = 1)$  với  $m \neq 1$  và  $m \neq -1$

**2.6.**



**2.7.** a) hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng

b) hàm số đồng biến trên  $(-\infty; 1)$  và nghịch biến trên  $(1 ; +\infty)$

c) hàm số đồng biến trên  $[1 ; +\infty)$

d) hàm số luôn đồng biến trên  $(-\infty ; +\infty)$

**2.8.** a)  $f(x) = -2x + 5$  không chẵn và không lẻ

b)  $f(x) = -x^3 + 2x$  là hàm số lẻ trên R

c)  $f(x) = \frac{3}{x-2}$  không chẵn và không lẻ

d)  $f(x) = x^2 - 2|x|$  là hàm số chẵn trên R

\* **2.9.** Với mọi  $x \in \mathbb{Q}$  thì  $-x \in \mathbb{Q}$  và ta có  $D(-x) = 1 = D(x)$

Với mọi  $x \notin \mathbb{Q}$  thì  $-x \notin \mathbb{Q}$  ( ví dụ  $x = \sqrt{2}$  thì  $-x = -\sqrt{2}$  )

và ta có  $D(-x) = 0 = D(x)$

Vậy  $D(x)$  là hàm số chẵn

**2.10.** Hàm số này chẵn nên đồ thị có trục đối xứng là Oy.



**§ 2 . Hàm số bậc nhất**

**A. Tóm tắt giáo khoa :**

**1. Định nghĩa :** Hàm số bậc nhất là hàm số có dạng  $y = ax + b$ , trong đó  $a$  và  $b$  là các hằng số với  $a \neq 0$

**2. Sự biến thiên**

- Tập xác định là  $\mathbb{R}$
- Khi  $a > 0$  hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$

x	$-\infty$	$+\infty$
$y = ax + b$ ( $a > 0$ )	$-\infty$	$+\infty$

Khi  $a < 0$  hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R}$

x	$-\infty$	$+\infty$
$y = ax + b$ ( $a < 0$ )	$+\infty$	$-\infty$

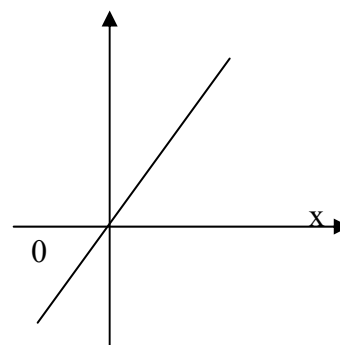
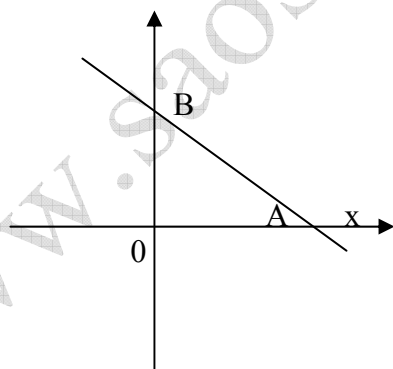
**3. Đồ thị :**

Đồ thị của hàm số  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ ) là một đường thẳng không cùng phương với các trục tọa độ.  $a$  gọi là hệ số góc của đường thẳng.

Đặc biệt :

$b \neq 0$  đồ thị cắt trục  $Ox$  tại  $A(-\frac{b}{a}; 0)$  và trục  $Oy$  tại  $B(0;b)$

$b = 0$  đồ thị hàm số  $y = ax$  qua gốc tọa độ  $O$  và qua điểm  $C(1 ; a)$



Ghi chú : Cho hai đường thẳng  $(d) y = ax + b$  và  $(d') y = a'x + b'$

- $(d) // (d') \Leftrightarrow a = a'$  và  $b \neq b'$
- $(d) \text{ cắt } (d') \Leftrightarrow a \neq a'$
- Đồ thị của hàm số  $y = b$  (hằng số) là đường thẳng song song với trục hoành

**4. Hàm số  $y = |x|$**

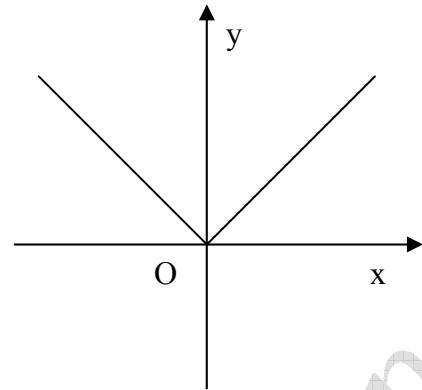
Hàm số này xác định với mọi giá trị của  $x$  và là hàm số chẵn.  
Theo định nghĩa giá trị tuyệt đối ta có :

$$|x| = \begin{cases} x & \text{khi } x \geq 0 \\ -x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$$

Do đó khi  $x \geq 0$  thì  $y = x$  là hàm số đồng biến  
khi  $x < 0$  thì  $y = -x$  là hàm số nghịch biến

Ta có bảng biến thiên sau :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$y =  x $	$+\infty$	0	$+\infty$



Đồ thị của hàm số  $y = x$  khi  $x \geq 0$  là tia phân giác của góc phần tư I và  $y = -x$  khi  $x < 0$  là tia phân giác của góc phần tư II

**5. Hàm số  $y = |ax + b|$  với  $a \neq 0$**

Hàm số này xác định với mọi  $x \in \mathbb{R}$

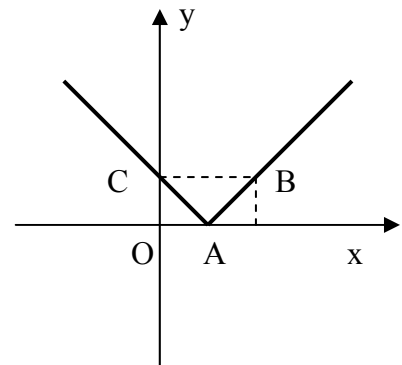
- Nếu  $x \geq -\frac{b}{a}$  thì  $y = ax + b$
- Nếu  $x < -\frac{b}{a}$  thì  $y = -ax - b$

Đồ thị là hai nửa đường thẳng có gốc A  $(-\frac{b}{a}; 0)$

**Ví dụ :** Vẽ đồ thị của hàm số  $y = |x - 1|$

**Giải** Nếu  $x \geq 1$  thì  $y = x - 1$  ; đồ thị là nửa đường thẳng gốc A (1 ; 0) và qua B(2;1)

Nếu  $x < 1$  thì  $y = -x + 1$ ; đồ thị là nửa đường thẳng gốc A và qua C(0 ; 1)



**B. Giải toán :**

**Dạng 1 : Xét sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số  $y = ax + b$**

**Ví dụ 1 :** Xét sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số  $y = 2x - 3$

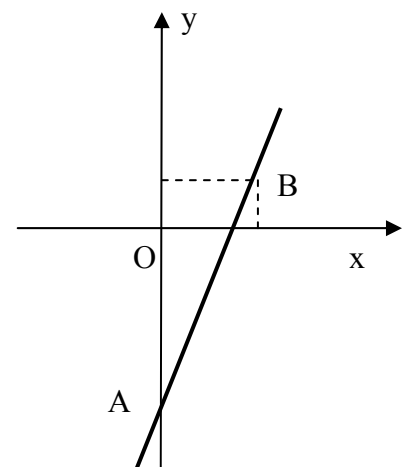
**Giải**

Tập xác định là  $\mathbb{R}$

Hàm số luôn đồng biến trên  $\mathbb{R}$  vì  $a = 2 > 0$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$+\infty$
$y = 2x - 3$	$-\infty$	$+\infty$



Đồ thị là đường thẳng qua hai điểm A (0 ; -3) và B(1.5 ; 0)

**Ví dụ 2 :** Xét sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số  $y = -\frac{x}{2} + 2$

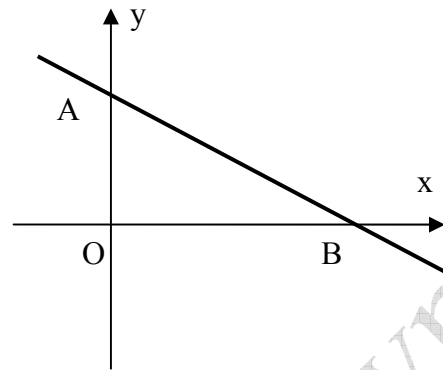
**Giải**

Tập xác định là  $\mathbb{R}$

Hàm số luôn nghịch biến trên  $\mathbb{R}$  vì  $a = -\frac{1}{2} < 0$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$+\infty$
$y = -\frac{x}{2} + 2$	$+\infty$	$-\infty$



Đồ thị là đường thẳng qua 2 điểm A(0 ; 2) và B(4; 0)

**Dạng 2 : Tính các hệ số a và b của hàm số  $y = ax + b$**

**Ví dụ 1 :** Tính a và b để đồ thị của hàm số  $y = ax + b$  qua 2 điểm A(2 ; -2) và B(-1 ; 4)

**Giải**

Đồ thị qua A (2 ; -2)  $\Leftrightarrow a(2) + b = -2$

Đồ thị qua B (-1 ; 4)  $\Leftrightarrow a(-1) + b = 4$

Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 2a + b = -2 \\ -a + b = 4 \end{cases}$  ta được  $a = -2$  và  $b = 2$

Vậy  $y = -2x + 2$

**Ví dụ 2 :** Cho đường thẳng (d)  $y = 2x + 1$ . Tính a và b để đồ thị (d') của hàm số  $y = ax + b$  song song với (d) và qua điểm A(1 ; -3)

**Giải**

Ta có (d) // (d')  $\Leftrightarrow a = 2$  và  $b \neq 1$  ( hệ số góc bằng nhau)

Do đó phương trình của (d') là  $y = 2x + b$

Điểm A(1 ; -3)  $\in$  (d')  $\Leftrightarrow -3 = 2(1) + b \Leftrightarrow b = -5$

Vậy phương trình của (d') là  $y = 2x - 5$

**Ví dụ 3 :** Định m để hai đường thẳng (d)  $y = 2x - 3$  và (d')  $y = -x + 2m - 1$  cắt nhau tại một điểm trên trục 0y

**Giải**

(d) cắt trục 0y tại điểm có tọa độ  $x = 0 ; y = -3$

(d') cắt (d) tại điểm trên trục 0y khi  $2m - 1 = -3 \Leftrightarrow 2m = -2 \Leftrightarrow m = -1$

**Ví dụ 4 :** Vẽ đồ thị của hai hàm số  $y = x - 1$  và  $y = -\frac{1}{2}x + 2$  trên cùng một hệ trục tọa độ. Dùng đồ thị và thử lại bằng tính tọa độ giao điểm của hai đồ thị trên

**Giải**

Đồ thị của hàm số  $y = x - 1$  là đường thẳng (d) qua hai điểm ( 0 ; -1) và (1 ; 0)

Đồ thị của hàm số  $y = -\frac{1}{2}x + 2$  là đường thẳng (d') qua hai điểm ( 0 ; 2) và ( 4 ; 0)

Theo đồ thị ta thấy hai đường (d) và (d') cắt nhau tại điểm có tọa độ (2 ; 1)

**Thử lại bằng tính :**

Tọa độ giao điểm củ (d) và (d') là nghiệm của hệ phương trình :

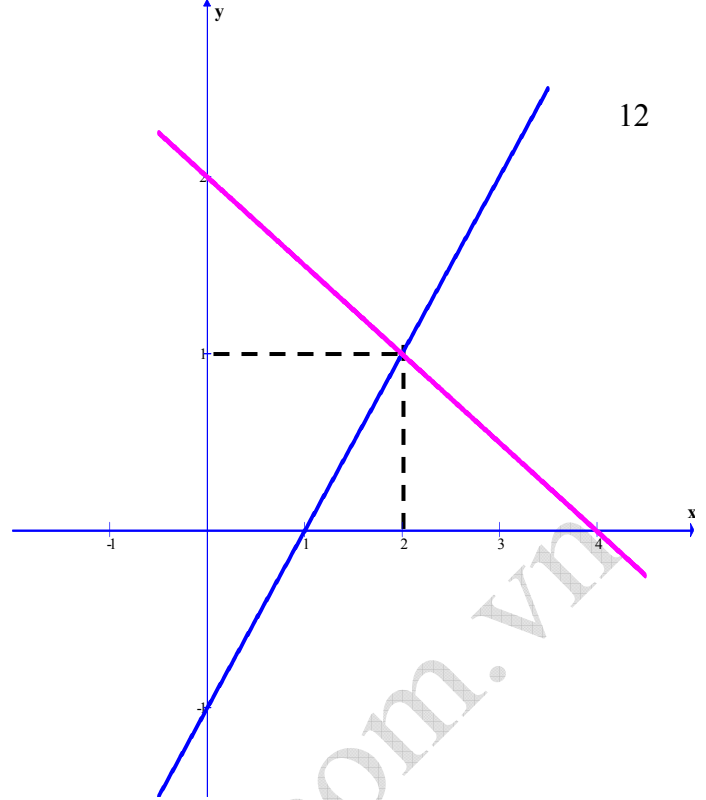
$$\begin{cases} y = x - 1 \\ y = -\frac{1}{2}x + 2 \end{cases}$$

So sánh y ta được :  $x - 1 = -\frac{1}{2}x + 2$

$$\Leftrightarrow 2x - 2 = -x + 4 \Leftrightarrow 3x = 6 \\ \Leftrightarrow x = 2$$

Thay  $x = 2$  vào  $y = x - 1$  ta được  $y = 1$ .

Vậy tọa độ giao điểm của hai đồ thị là  $(2 ; 1)$



**Dạng 3 : Vẽ đồ thị hàm số  $y = |ax + b|$**

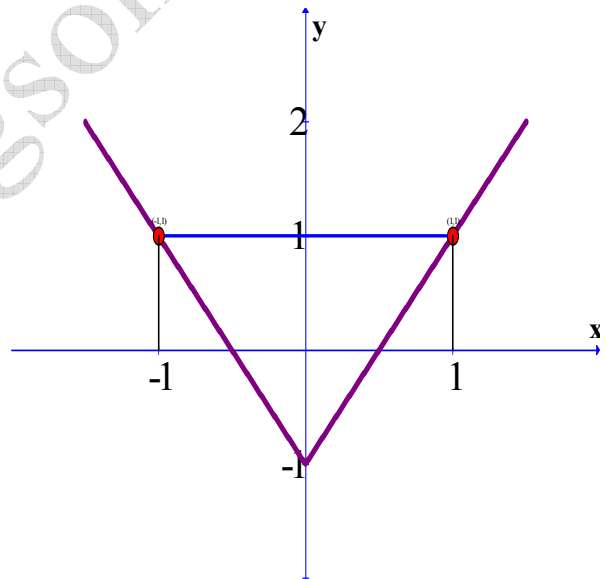
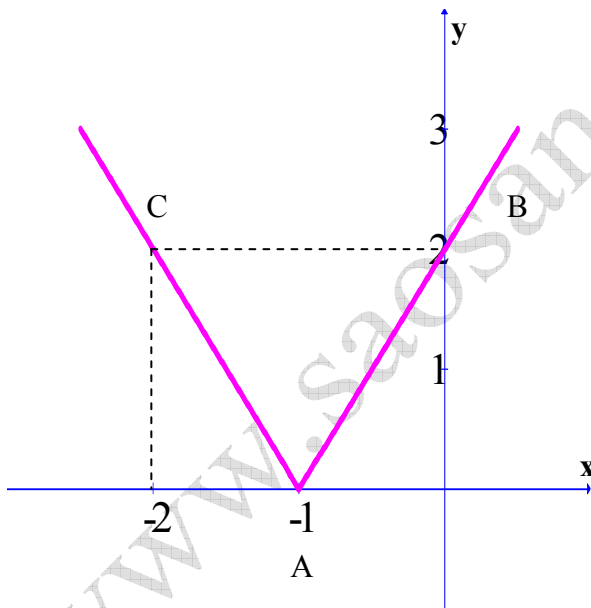
**Ví dụ 1 :** Vẽ đồ thị của hàm số  $y = 2|x + 1|$ .

Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số này.

**Giải**

- Nếu  $x + 1 \geq 0$  hay  $x \geq -1$  thì  $y = 2(x + 1) = 2x + 2$ , đồ thị là nửa đường thẳng gốc  $A(-1 ; 0)$  và qua điểm  $B(0 ; 2)$
- Nếu  $x + 1 < 0$  hay  $x < -1$  thì  $y = -2(x + 1) = -2x - 2$ , đồ thị là nửa đường thẳng gốc  $A$  và qua điểm  $C(-2 ; 2)$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số là 0 khi  $x = -1$



**Ví dụ 2 :** Vẽ đồ thị của hàm số  $y = 2|x| - 1$  và tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số

**Giải**

- Nếu  $x \geq 0$  thì  $y = 2x - 1$ , đồ thị là nửa đường thẳng gốc  $A(0 ; -1)$  và qua  $B(1 ; 1)$
- Nếu  $x < 0$  thì  $y = -2x - 1$ , đồ thị là nửa đường thẳng gốc  $A$  và qua  $C(-1 ; 1)$

Vì  $2|x| \geq 0$  với mọi  $x$  nên  $y \geq -1$

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $y$  là  $-1$  khi  $x = 0$

**\*Ví dụ 3 :** Vẽ đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4} - 2|x - 1|$

**Giải**

Ta có  $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4} - 2|x - 1| = \sqrt{(x - 2)^2} - 2|x - 1| = |x - 2| - 2|x - 1|$

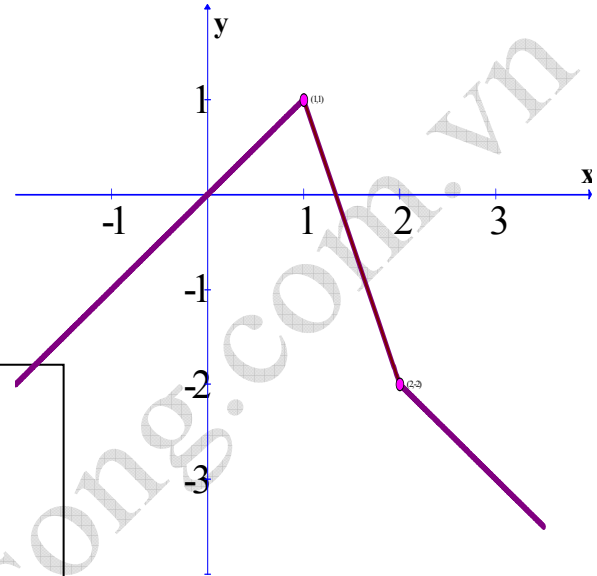
Ta có bảng xét dấu :

x	1	2	
x - 2	-	0	+
x - 1	-	0	+

Do đó :

- khi  $x < 1$  thì :  
 $y = 2 - x + 2(x - 1) = x$
- khi  $1 \leq x \leq 2$  thì :  
 $y = 2 - x - 2(x - 1) = -3x + 4$
- khi  $x > 2$  thì :  
 $y = x - 2 - 2(x - 1) = -x$

Đồ thị ( xem hình bên)



**\*Ví dụ 4 :** Cho hàm số

$$y = \begin{cases} x + \frac{\sqrt{x^2}}{|x|} & \text{khi } x \neq 0 \\ 1 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$$

Tìm tập xác định và vẽ đồ thị của hàm số này

**Giải**

Tập xác định là  $\mathbb{R}$

Khi  $x \neq 0$  ta có  $y = x + \frac{|x|}{|x|} = x + 1$  và khi  $x = 0$  thì  $y = 1$

Vậy đồ thị của hàm số là đường thẳng  $y = x + 1$

**C. Bài tập rèn luyện**

**2.11.** Vẽ đồ thị các hàm số sau :

a)  $y = 2x - 4$    b)  $y = \frac{2}{3}x$    c)  $y = -\frac{1}{3}x - 4$    d)  $y = \begin{cases} x & \text{khi } x \geq 0 \\ -2x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$

**2.12.** Tính a và b để đồ thị hàm số  $y = ax + b$  qua hai điểm A(0 ; 2) và B( 1 ; 3)

**2.13.** Tính a và b để đường thẳng (d)  $y = ax + b$  song song với đường thẳng (d')  $y = -2x + 5$  và qua M( -1 ; 3)

**2.14.** Cho 4 đường thẳng :

(d<sub>1</sub>)  $y = x\sqrt{2} + 1$  ; (d<sub>2</sub>)  $y = -x\sqrt{2} + 2$  ; (d<sub>3</sub>)  $y = \frac{2}{\sqrt{2}}x - 1$  ; (d<sub>4</sub>)  $y = 2x + 1$

Cặp đường thẳng nào song song ?

- a) (d<sub>1</sub>) và (d<sub>2</sub>)   b) (d<sub>1</sub>) và (d<sub>3</sub>)   c) (d<sub>2</sub>) và (d<sub>3</sub>)   d) (d<sub>3</sub>) và (d<sub>4</sub>)

**\*2.15.** Cho hai đường thẳng (d)  $y = -x + 4$  và (d')  $y = \frac{2}{3}x - 1$

- a) Vẽ (d) và (d') trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy
- b) Tính tọa độ giao điểm của (d) và (d')
- c) Tính m để 3 đường thẳng (d) ; (d') và (d'')  $y = mx + m - 3$  đồng quy

**2.16.** Định m để hai đường thẳng  $y = 2x + 4$  và  $y = -x + m + 2$  cắt nhau tại một điểm trên trục hoành

**2.17.** Vẽ đồ thị các hàm số :

a)  $y = |x - 2|$       b)  $y = |x| + 1$       c)  $y = \sqrt{x^2 - 2x + 1} - x$

**\*2.18.** Vẽ đồ thị của hàm số :  $y = \sqrt{4 - 4x + x^2} - \sqrt{4x^2 + 4x + 1}$

**\*2.19** Tìm tập xác định và vẽ đồ thị hàm số sau :

$$y = \begin{cases} x + \frac{\sqrt{x^2}}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 1 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$$

**D.Hướng dẫn giải - đáp số**

**2.11.** a) Đồ thị của hàm số  $y = 2x - 4$  là đường thẳng qua 2 điểm  $(0; -4)$  và  $(2; 0)$

b) Đồ thị của hàm số  $y = \frac{2}{3}x$  là đường thẳng qua gốc O và điểm  $(3; 2)$

c) Đồ thị của hàm số  $y = -\frac{1}{3}x - 4$  là đường thẳng qua 2 điểm  $(0; -4)$  và  $(-3; -3)$

d) Đồ thị của hàm số  $y = \begin{cases} x & \text{khi } x \geq 0 \\ -2x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$  là hai nửa đường thẳng qua gốc O

**2.12.**  $y = x + 2$

**2.13.**  $y = -2x + 1$

**2.14.** Câu b)

**\*2.15.** b) Tọa độ giao điểm của (d) và (d') là nghiệm của hệ phương trình :

$$\begin{cases} y = -x + 4 \\ y = \frac{2}{3}x - 1 \end{cases} \text{ So sánh y ta được}$$

$2x - 3 = -3x + 12$

Hay  $5x = 15$  Vậy  $x = 3$  và  $y = 1$

c) d) ; (d'); (d'') đồng quy khi (d'') qua giao điểm  $(3; 1)$  của câu b)

Thay  $x = 3$  và  $y = 1$  vào phương trình của (d'') ta được

$1 = 3m + m - 3 = 0$  hay  $m = 1$

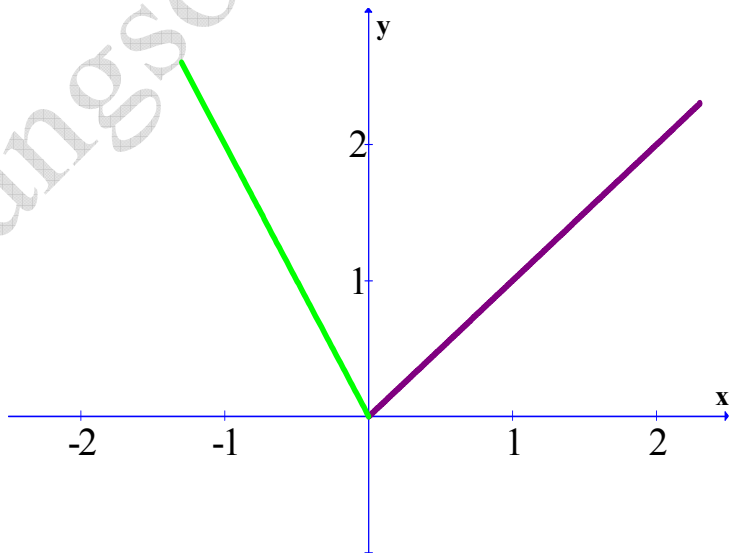
Vậy phương trình của (d'') là  $y = x - 2$

**2.16** Đường thẳng  $y = 2x + 4$  cắt trục Ox tại  $x = -2$  .  $y = 0$

Do đó đường thẳng  $y = -x + m + 2$  qua điểm  $(-2; 0)$  khi ta có :

$0 = 2 + m + 2$  Vậy  $m = -4$

**2.17.** a)  $y = |x - 2| = \begin{cases} x - 2 & \text{khi } x \geq 2 \\ 2 - x & \text{khi } x < 2 \end{cases}$



$$b) y = |x| + 1 = \begin{cases} x + 1 & \text{khi } x \geq 0 \\ -x + 1 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$$

$$c) y = |x - 1| - x = \begin{cases} x - 1 - x & \text{khi } x \geq 1 \\ 1 - x - x & \text{khi } x < 1 \end{cases} = \begin{cases} -1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 1 - 2x & \text{khi } x < 1 \end{cases}$$

**\*2.18.**  $y = |x - 2| - |2x + 1|$

Khi  $x < -\frac{1}{2}$  thì  $y = 2 - x + 2x + 1 = x + 3$

Khi  $-\frac{1}{2} \leq x \leq 2$  thì  $y = 2 - x - 2x - 1 = -3x + 1$

Khi  $x > 2$  thì  $y = x - 2 - 2x - 1 = -x - 3$

**\*2.19.** Tập xác định là  $\mathbb{R}$

Khi  $x \neq 0$  thì  $y = x + \frac{|x|}{x} = \begin{cases} x + 1 & \text{khi } x > 0 \\ x - 1 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$

Khi  $x = 0$  thì  $y = 1$

### §3. Hàm số bậc hai

#### A. Tóm tắt giáo khoa

1. Định nghĩa : Hàm số bậc hai là hàm số có dạng  $y = ax^2 + bx + c$  trong đó  $a, b, c$  là các hằng số và  $a \neq 0$

2. Hàm số  $y = ax^2$

Hàm số này xác định trên  $\mathbb{R}$

- nếu  $a > 0$  thì hàm số giảm trên  $(-\infty; 0)$ ; tăng trên  $(0; +\infty)$ , đạt cực tiểu khi  $x = 0$
- nếu  $a < 0$  thì hàm số tăng trên  $(-\infty; 0)$ ; giảm trên  $(0; +\infty)$ , đạt cực đại khi  $x = 0$

Bảng biến thiên :

$a > 0$

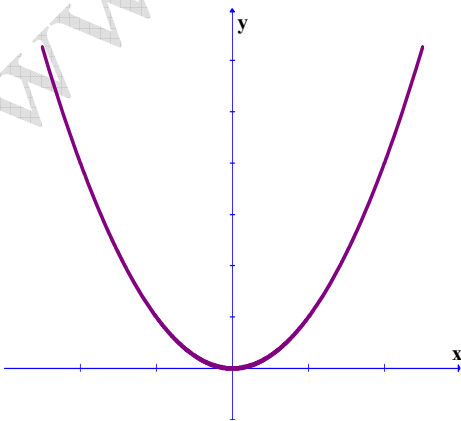
$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$y$	$+\infty$	$0$	$+\infty$

$a < 0$

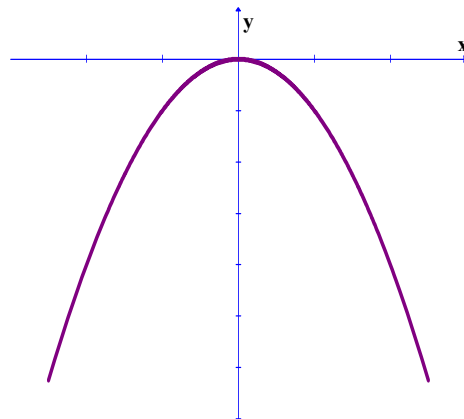
$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$y$	$-\infty$	$0$	$-\infty$

Đồ thị của hàm số là parabol. đỉnh là gốc O và trục đối xứng là Oy

$a > 0$



$a < 0$



3. Hàm số  $y = ax^2 + bx + c$  với  $a \neq 0$

- Tập xác định là  $\mathbb{R}$
- Nếu  $a > 0$  thì hàm số giảm trên khoảng  $(-\infty; -\frac{b}{2a})$  và tăng trên khoảng

$$(-\frac{b}{2a}; +\infty)$$

Nếu  $a < 0$  thì hàm số tăng trên khoảng  $(-\infty; -\frac{b}{2a})$  và giảm trên khoảng

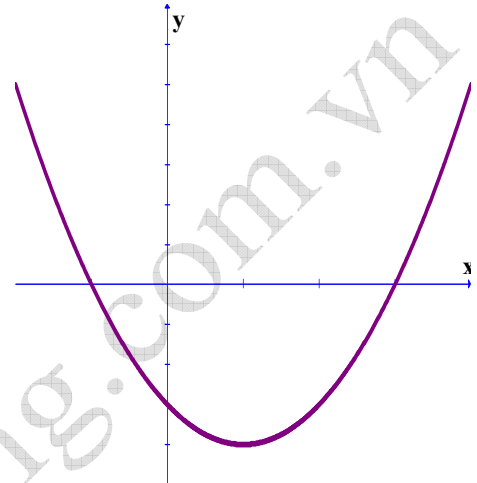
$$(-\frac{b}{2a}; +\infty)$$

- Bảng biến thiên

$$a > 0$$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
y	$+\infty$		$+\infty$

CT

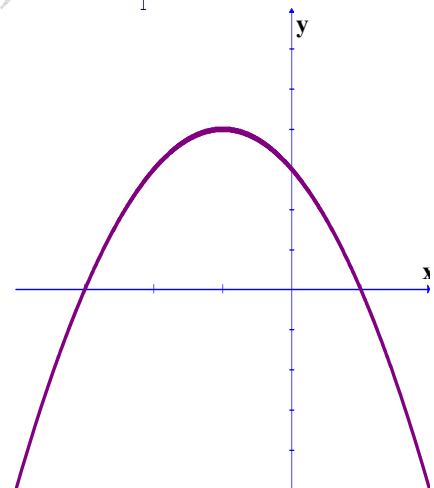


Hàm số đạt giá trị cực tiểu bằng  $-\frac{\Delta}{4a}$  khi  $x = -\frac{b}{2a}$

$$a < 0$$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
y	$-\infty$		$+\infty$

CĐ



Hàm số đạt giá trị cực đại bằng  $-\frac{\Delta}{4a}$  khi  $x = -\frac{b}{2a}$

Đồ thị hàm số  $y = ax^2 + bx + c$  là một parabol, đỉnh  $I(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a})$  và nhận đường thẳng  $x = -\frac{b}{2a}$  làm trục đối xứng

Cách vẽ: Muốn vẽ parabol (P) :  $y = ax^2 + bx + c$  ta làm như sau:

- Vẽ đỉnh  $I(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a})$  và trục đối xứng  $x = -\frac{b}{2a}$
- Vẽ thêm vài điểm có hoành độ gần giá trị hoành độ đỉnh và điểm đối xứng của chúng qua trục đối xứng. Lưu ý giao điểm của (P) với trục Oy là  $(x = 0, y = c)$

**B. Giải toán :**

**Dạng 1 : Xét sự biến thiên và vẽ đồ thị**

**Ví dụ 1 :** Xét sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số  $y = x^2 - 2x - 3$



**Giải**

Tập xác định là R

$a = 1 > 0$ , ta có  $x = -\frac{b}{2a} = 1$  và  $y = -\frac{\Delta}{4a} = -4$ . Do đó hàm số giảm trên khoảng  $(-\infty; 1)$  và tăng trên khoảng  $(1; +\infty)$ , giá trị nhỏ nhất là -4

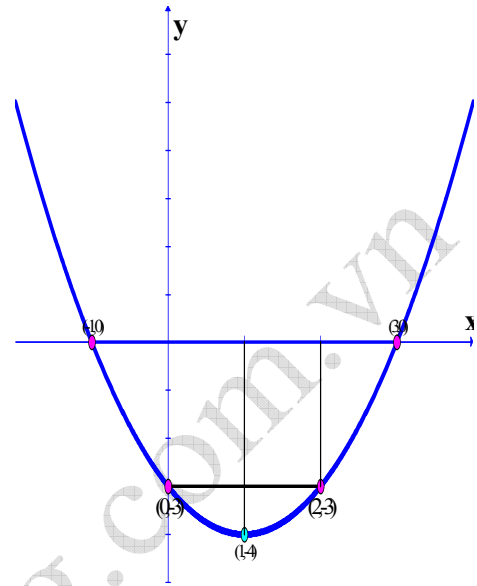
Bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$+\infty$	-4	$+\infty$

Đồ thị là parabol, đỉnh I (1; -4) và trục đối xứng là đường thẳng  $x = 1$

Giao điểm của parabol với trục Ox :  $y = 0$  suy ra  $x^2 - 2x - 3 = 0$

$\Leftrightarrow x = -1; x = 3$ ; giao điểm của parabol với trục Oy là  $x = 0$   
 $y = -3$



**Ví dụ 2 :** Xét sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số  $y = -x^2 + 2x - 2$

**Giải**

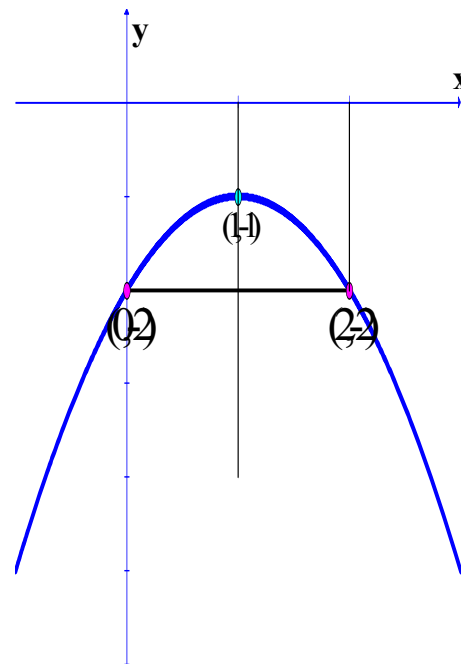
Tập xác định là R

$a = -1 < 0$ ,  $x = -\frac{b}{2a} = 1$ ;  $y = -\frac{\Delta}{4a} = -1$ . Do đó hàm số tăng trên khoảng  $(-\infty; 1)$  và giảm trên khoảng  $(1; +\infty)$ , giá trị lớn nhất là 1

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	-1	$-\infty$

Đồ thị là parabol đỉnh I (1; -1). trục đối xứng  $x = 1$ , cắt trục Oy tại  $x = 0$ ;  $y = -2$



**\*Dạng 2 : Vẽ đồ thị của hàm số có chứa giá trị tuyệt đối**

**Ví dụ :** Vẽ đồ thị của hàm số  $y = |x^2 - 2x|$

**Giải**

Tập xác định là R

Ta có  $x^2 - 2x = x(x - 2)$ . Do đó :

- khi  $x < 0$  hay  $x > 2$  thì  $y = x^2 - 2x$
- khi  $0 \leq x \leq 2$  thì  $y = -x^2 + 2x$

Vậy đồ thị của hàm số  $y = |x^2 - 2x|$  là hợp của hai parabol :

- $y = x^2 - 2x$  bỏ phần trong đoạn  $0 \leq x \leq 2$

- và  $y = -x^2 + 2x$  lấy phần trong đoạn  $0 \leq x \leq 2$

**Dạng 3 : Tính các hệ số a,b,c của hàm số  $y = ax^2 + bx + c$**

**Ví dụ 1 :** Tính a và b biết parabol  $y = ax^2 + bx + 2$  có đỉnh I( 2 ; - 2)

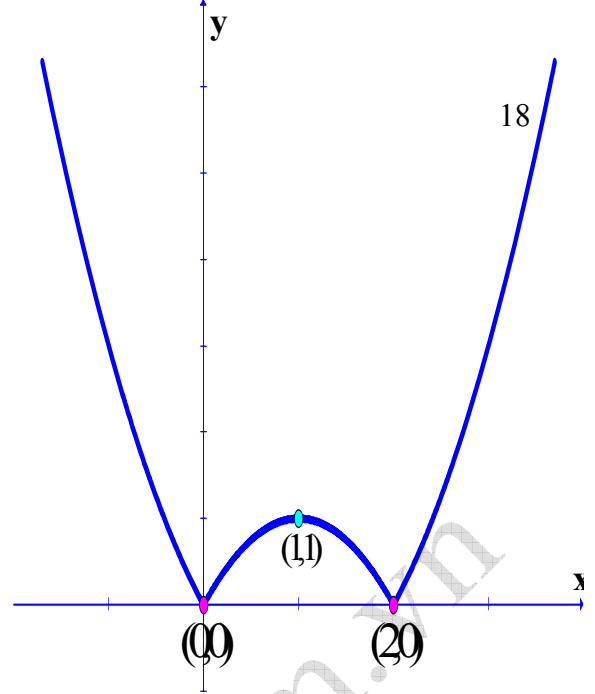
**Giải**

Hoành độ đỉnh parabol là  $x = -\frac{b}{2a} = 2$  (1)

Điểm I ( 2 ; -2) thuộc parabol nên ta có  $-2 = a(2)^2 + 2b + 2$  (2)

Từ (1) ta có  $b = -4a$ . Thay vào (2):  $-2 = 4a - 8a + 2$

Vậy  $a = 1$  và  $b = -4$



**Ví dụ 2 :** Tính a,b,c biết parabol  $y = ax^2 + bx + c$  có đỉnh ở trên trục hoành và qua hai điểm A( 0 ; 1) và B( 3 ; 4)

**Giải**

Đỉnh của parabol thuộc trục Ox nên tung độ đỉnh  $y = -\frac{\Delta}{4a} = 0$  hay  $4ac - b^2 = 0$  (1)

- A ( 0 ; 1) thuộc parabol nên  $a(0)^2 + b(0) + c = 1$  (2)

- B ( 2 ; 1) thuộc parabol nên  $a(2)^2 + b(2) + c = 1$  (3)

(2) cho  $c = 1$ . Thay vào (3) ta có :

$$4a + 2b + 1 = 1 \text{ hay } 2a + b = 0 \text{ hay } b = -2a$$

Thay b và c vào (1) :

$$4a(1) - (-2a)^2 = 0 \text{ hay } 4a - 4a^2 = 0 \text{ hay } a(1 - a) = 0$$

Vì  $a \neq 0$  nên ta suy ra  $1 - a = 0$  Vậy  $a = 1$ ,  $b = -2$ ,  $c = 1$

**\*Ví dụ 3 :** Cho hàm số  $y = x^2 - 2mx + m + 2$  ( $m > 0$ )

a) Định m để đồ thị là parabol có đỉnh nằm trên đường thẳng  $y = x + 1$

b) Vẽ đồ thị với m vừa tìm

**Giải**

Toạ độ đỉnh  $x = -\frac{b}{2a}$  và  $y = \frac{4ac - b^2}{4a}$  thỏa phương trình  $y = x + 1$

Nên ta có :  $\frac{4ac - b^2}{4a} = -\frac{b}{2a} + 1 \Leftrightarrow 4ac - b^2 = -2b + 4a$  ( vì a  $\neq 0$ )

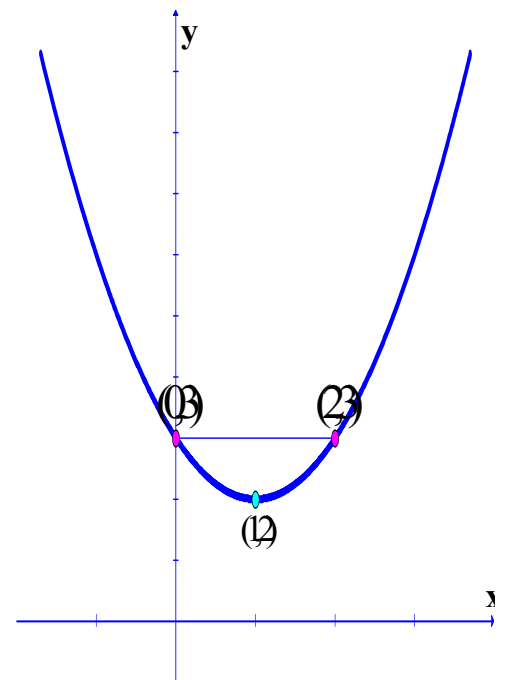
Thay  $a = 1$ ,  $b = -2m$ ,  $c = m + 2$  vào phương trình ta được :

$$4(m + 2) - 4m^2 = 4m + 4 \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow m = 1 \text{ vì}$$

$m > 0$

Vậy  $y = x^2 - 2x + 3$

Đồ thị là parabol có đỉnh I( 1 ; 2), trục đối xứng  $x = 1$



**C. Bài tập rèn luyện**

**2.19.** Xét sự biến thiên và vẽ đồ thị các hàm số sau :

a)  $y = x^2 + 2x + 1$

b)  $y = -x^2 + 1$

c)  $y = x^2 - 2x - 2$

d)  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$

**\*2.20.** Vẽ đồ thị các hàm số sau :

a)  $y = x^2 + 2|x|$

b)  $y = x|x-2|$

**2.21.** Tính a và b biết parabol  $y = ax^2 + bx - 3$  có đỉnh I (1 ; -2)

**2.22.** Tính a , b , c biết parabol  $y = ax^2 + bx + c$  có đỉnh ở trên trục hoành và qua hai điểm A( 0;4) và B( - 1 ; 1)

**2.23.** Tính a , b , c để hàm số  $y = ax^2 + bx + c$  đạt giá trị lớn nhất bằng 2 khi  $x = 1$  và đồ thị qua điểm A( -1 ; -8)

**2.24.** Tính m để đồ thị của hàm số  $y = mx^2 - 2mx - m - 2$  có đỉnh thuộc đường thẳng  $y = 2x - 1$  ( m khác 0)

**2.25.** Vẽ đồ thị của hai hàm số  $y = x + 1$  và  $y = x^2 - 2x + 1$  trên cùng một hệ thống trục tọa độ rồi xác định tọa độ giao điểm của chúng

**\*2.26.** Vẽ đồ thị của hàm số :  $y = \begin{cases} -x^2 + 4 & \text{khi } x \geq -1 \\ x + 4 & \text{khi } x < -1 \end{cases}$

**2.27.** Vẽ đồ thị của hàm số  $y = -x^2 + 2x$  . Dùng đồ thị tìm x để  $y > 0$

**2.28.** Vẽ đồ thị của hàm số  $y = x^2 + 2x - 3$  . Dùng đồ thị tìm x để  $y \leq 0$

**D. Hướng dẫn giải - đáp số :**

**2.19.** a) Hàm số  $y = x^2 + 2x + 1$  có  $x = -\frac{b}{2a} = -1$  và  $a = 1 > 0$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng khoảng  $(-\infty ; -1)$  và đồng biến trên khoảng  $(-1 ; +\infty)$ , giá trị nhỏ nhất là 0  
Đồ thị là parabol có đỉnh I ( -1 ; 0)

b).Hàm số  $y = -x^2 + 1$  có  $x = -\frac{b}{2a} = 0$  và  $a = -1 < 0$

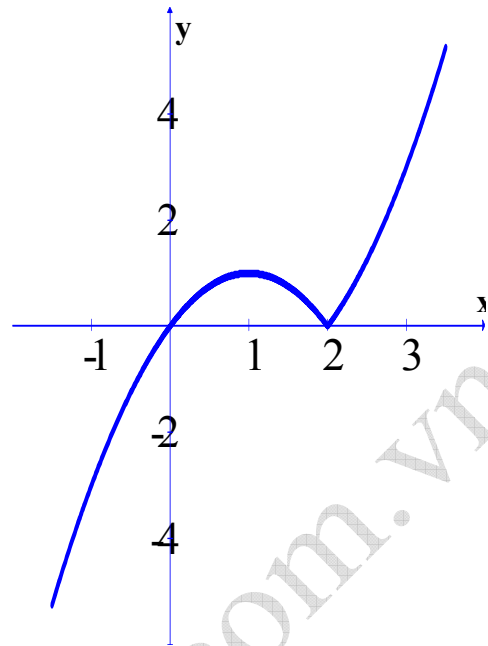
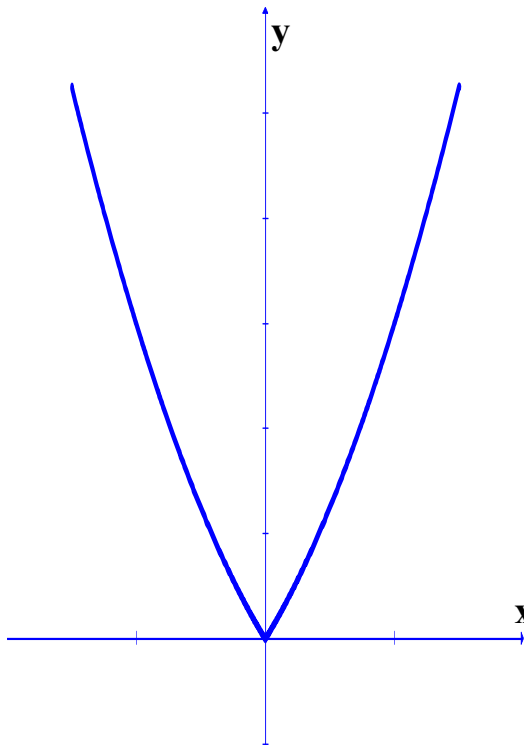
Vậy hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty ; 0)$  và nghịch biến trên khoảng  $(0 ; +\infty)$ , giá trị lớn nhất là 1  
Đồ thị là parabol có đỉnh I ( 0 ; 1)

c). Hàm số  $y = x^2 - 2x - 2$  nghịch biến trên khoảng khoảng  $(-\infty ; 1)$  và đồng biến trên khoảng  $(1 ; +\infty)$ , giá trị nhỏ nhất là -2

d) Học sinh tự vẽ.

**\*2.20.** a) Đồ thị của hàm số a)  $y = x^2 + 2|x|$  gồm hai phần  
 $y = x^2 - 2x$  khi  $x < 0$  và  $y = x^2 + 2x$  khi  $x \geq 0$

b) Đồ thị của hàm số b)  $y = x|x-2|$  gồm hai phần  
 $y = 2x - x^2$  khi  $x < 2$  và  $y = x^2 - 2x$  khi  $x \geq 2$



**2.21.** Ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \\ a + b - 3 = -2 \end{cases} \quad \text{Vậy } a = -1 \text{ và } b = 2$$

**2.22** Ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} 4ac - b^2 = 0 \\ c = 4 \\ a - b + c = 1 \end{cases} \quad \text{Vậy } a = 1 ; b = 4 ; c = 4 \text{ hay } a = 9 ; b = 12 ; c = 4$$

**2.23.** Ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \\ a + b + c = 2 \\ a - b + c = -8 \end{cases} \quad \text{Vậy } a = -\frac{5}{2} ; b = 5 ; c = -\frac{1}{2}$$

**2.24.** Tọa độ đỉnh là  $x = 1, y = -2m - 2$ . Thay giá trị của  $x$  và  $y$  này vào phương trình  $y = 2x - 1$  ta được :  $-2m - 2 = 2 - 1$  Vậy  $m = -3/2$

**2.25.** Học sinh tự vẽ.

Tọa độ giao điểm của 2 đồ thị là nghiệm của hệ phương trình :  $\begin{cases} y = x + 1 \\ y = x^2 - 2x + 1 \end{cases}$

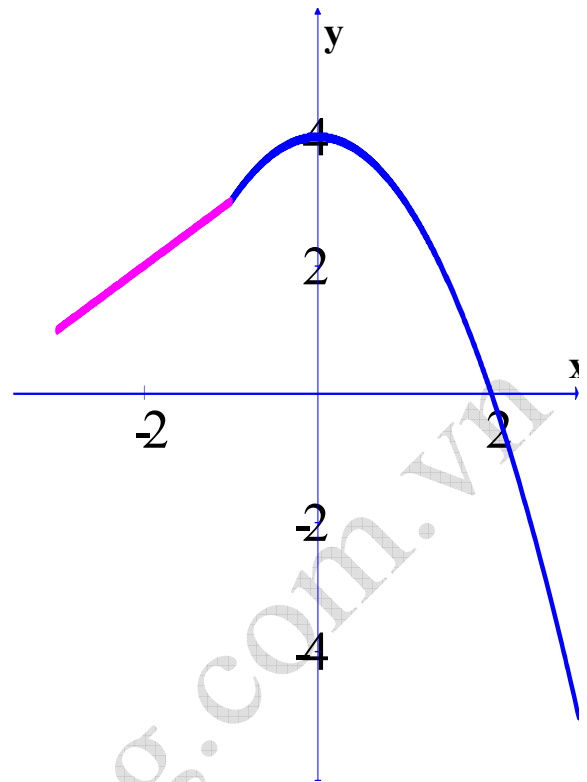
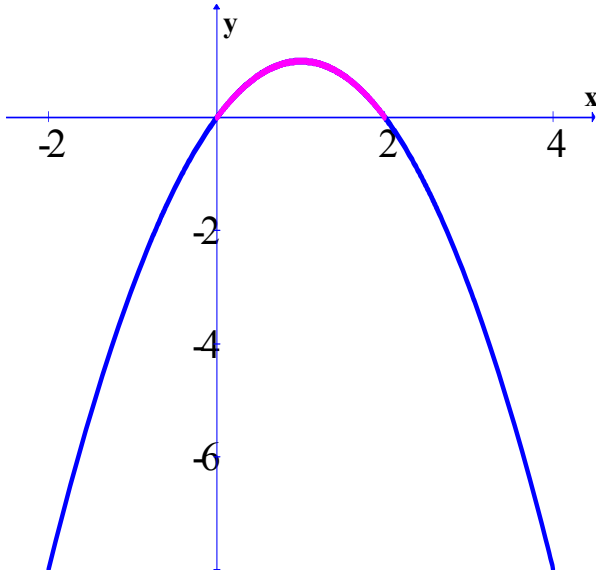
So sánh y ta được  $x^2 - 2x + 1 = x + 1$  hay  $x(x - 3) = 0$

Vậy  $x = 0 ; y = 1$  và  $x = 3 ; y = 4$

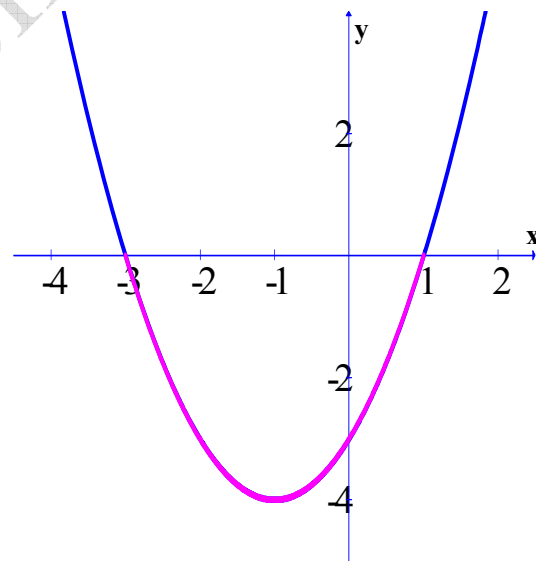
\***2.26** .Ta vẽ parabol  $y = -x^2 + 4$  và gạch bỏ phần  $x < -1$

và vẽ đường thẳng  $y = x + 4$  rồi gạch bỏ phần  $x > -1$

**27.** Phần đồ thị ứng với  $y > 0$  là phần đồ thị ở phía trên trục hoành (màu hồng).  
Căn cứ vào hình vẽ ta suy ra:  $0 < x < 2$ .



**2.28.** Theo đồ thị ta thấy:  $y \leq 0$  (ứng với phần đồ thị ở phía dưới trục hoành, màu hồng)  $\Leftrightarrow -3 \leq x \leq 1$



### § 4. Trắc nghiệm cuối chương

#### A. Câu hỏi

1. Cho hàm số  $f(x) = 2x - |x|$ . Câu nào sau đây đúng ?

- a)  $f(x)$  là hàm số chẵn
- b)  $f(x)$  là hàm số lẻ
- c)  $f(x)$  là hàm số không chẵn và không lẻ
- d) Miền xác định của là hàm số là  $x > 0$

2. Tập xác định của hàm số  $y = \sqrt{|x-2|}$  là :

- a)  $x \geq 2$
- b) với mọi  $x \in \mathbb{R}$
- c) với mọi  $x \neq 2$
- d)  $(-\infty; 2]$

3. Cho hai hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  là hai hàm số chẵn trên cùng tập xác định. Câu nào sau đây đúng ?

- a) Hàm số  $y = f(x) + g(x)$  là hàm số chẵn trên D

- b) Hàm số  $y = f(x) - g(x)$  là hàm số chẵn trên D  
 c) Hàm số  $y = f(x).g(x)$  là hàm số chẵn trên D  
 d) Cả ba câu đều đúng
4. Cho  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  là hai hàm số đồng biến trên khoảng  $(a, b)$ . Câu nào sau đây đúng?  
 a) Hàm số  $y = f(x) + g(x)$  đồng biến trên khoảng  $(a, b)$   
 b) Hàm số  $y = f(x) - g(x)$  đồng biến trên khoảng  $(a, b)$   
 c) Hàm số  $y = f(x).g(x)$  đồng biến trên khoảng  $(a, b)$   
 d) Câu a và b đều đúng
5. Cho hàm số  $y = |x - 1|$  xác định trên  $\mathbb{R}$ . Câu nào sau đây đúng?  
 a) Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 1)$   
 b) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$   
 c) Câu a và b đều đúng  
 b) Hàm số này chẵn trên  $\mathbb{R}$
6. Biết đồ thị của hàm số  $y = ax + b$  qua hai điểm  $A(0, -3)$  và  $B(-1, -5)$ . Thì a và b bằng bao nhiêu?  
 a)  $a = 2; b = -3$     b)  $a = -2; b = 3$     c)  $a = 2; b = 3$     d)  $a = 1; b = -4$
7. Cho hàm số  $y = -2x + 3$  Câu nào sau đây đúng?  
 a) Hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$   
 b) Hàm số nghịch biến trên  $(-2; 2)$   
 c) Hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R}$   
 d) Câu b và c đều đúng
8. Parabol  $y = -\frac{1}{4}x^2 + 1$  có tọa độ đỉnh là:  
 a)  $(-1; 0)$     b)  $(0; 1)$     c)  $(0; -1)$     d)  $(1; 0)$
9. Với giá trị nào của x thì  $y = x^2 - 5x + 4 < 0$   
 a)  $x \in (1; +\infty)$     b)  $x \in (1; \frac{3}{2})$   
 c)  $x \in (1; 4)$     d)  $x \in (\frac{3}{2}; +\infty)$
10. Tọa độ giao điểm của parabol  $y = x^2 + 2x - 1$  và đường thẳng  $y = x - 1$  là:  
 a)  $(0; -1)$  và  $(-1; 2)$     b)  $(-1; 0)$  và  $(-1; 2)$   
 c)  $(0; -1)$  và  $(-1; -2)$     d)  $(2; 1)$  và  $(-1; 2)$
11. Giá trị nào của a và c để đồ thị của hàm số  $y = ax^2 + c$  là parabol có đỉnh  $(0; -2)$  và một giao điểm của đồ thị với trục hoành là  $(-1; 0)$   
 a)  $a = 1$  và  $c = -1$     b)  $a = 2$  và  $c = -1$   
 c)  $a = 2$  và  $c = -2$     d)  $a = -2$  và  $c = -2$
12. Cho hàm số  $y = -2x^2 + 4x - 1$ . Câu nào sau đây đúng?  
 a) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$   
 b) Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(1; +\infty)$   
 c) Đồ thị cắt trục tung tại điểm  $(0; -1)$   
 d) Câu b và c đều đúng
13. Cho hàm số  $y = -x^2 + bx - 3$ . Giá trị của b là bao nhiêu biết đồ thị là parabol có hoành độ đỉnh là  $x = 2$   
 a)  $b = 2$     b)  $b = -2$     c)  $b = 4$     d)  $b = -4$
14. Với giá trị nào của b thì đồ thị của hàm số  $y = x^2 + bx$  cắt trục hoành tại 2 điểm  $O(0; 0)$  và  $A(2; 0)$   
 a)  $b = 4$     b)  $b = -2$     c)  $b = 2$     d) Cả 3 câu trên đều sai

- 15.** Đồ thị của hàm số  $y = (x - 2)^2$  có trục đối xứng là :  
 a) trục  $Oy$     b) đường thẳng  $x = 2$   
 c) đường thẳng  $x = 1$                                          d) không có
- 16.** Cho hàm số  $y = x^2 + bx + c$  biết đồ thị là parabol có đỉnh  $I(1; 2)$  thì  $b + c =$   
 a) 1                                         b) 2                                         c) -1                                         d) 2
- 17.** Các điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số  $y = x^2 - 2|x|$   
 a)  $(-1; 3)$                                  b)  $(1; -1)$                                  c)  $(2; 4)$                                  d)  $(-2; 4)$
- 18.** Tọa độ giao điểm của đồ thị hai hàm số  $y = |x - 1| + 1$  và  $y = 2$  là :  
 a)  $(0; 2)$  và  $(1; 2)$      b)  $(2; 2)$  và  $(-1; 2)$   
 c)  $(0; 2)$  và  $(2; 2)$      d) số khác
- 19.** Đồ thị của hàm số  $y = ax + b$  qua đỉnh của parabol  $y = x^2 - 2x + 3$  thì  $a + b$  bằng :  
 a) 0                                         b) 1                                         c) 2                                         d) -2
- 20.** Trong các hàm số sau hàm số nào là hàm lẻ  
 (I)  $y = x^3 - 2x$     (II)  $y = \frac{-2}{x}$     (III)  $y = x - 2x|x|$   
 a) (I) và II                                 b) (I) và (III)                                 c) (II) và (III)                                 d) Cả ba hàm số

**B. BẢNG TRẢ LỜI.**

- 1c    2b    3d    4a    5c    6a    7d    8b    9c    10c  
 11c    12d    13c    14b    15b    16a    17b    18c    19c    20d

**C. HƯỚNG DẪN GIẢI**

- 1c.** Hàm số này xác định trên  $R$   
 Với mọi  $x$  thuộc  $R$  thì  $-x$  thuộc  $R$  và ta có  
 $f(-x) = 2(-x) - |-x| = -2x - |x|$  Vậy hàm số  $f(x)$  không chẵn và không lẻ
- 2b.** Hàm số xác định với mọi  $x \in R$ .
- 3d.** Vì  $f(x)$  và  $g(x)$  chẵn trên  $R$  nên với mọi  $x$  thuộc  $R$  thì  $-x$  thuộc  $R$  và ta có :  
 $f(-x) = f(x)$  và  $g(-x) = g(x)$  nên  
 $f(-x) + g(-x) = f(x) + g(x)$  và  $f(-x) - g(-x) = f(x) - g(x)$   
 $f(-x).g(-x) = f(x).g(x)$
- 4a.** Với mọi  $x_1, x_2 \in (a, b)$  và  $x_1 \neq x_2$  ta có  
 $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} > 0$  ;  $\frac{g(x_2) - g(x_1)}{x_2 - x_1} > 0$
- 5c.** Hàm số  $y = |x - 1|$  xác định trên  $R$   
 Khi  $x < 1$  thì  $y = -x + 1$  nên hàm số nghịch biến trên  $(-\infty; 1)$   
 Khi  $x > 1$  thì  $y = x - 1$  nên hàm số đồng biến trên  $(1; +\infty)$
- 6a.** Đồ thị của hàm số  $y = ax + b$  :  
 • qua  $A(0; -3)$  cho  $b = -3$   
 • qua  $B(-1; -5)$  cho  $-5 = -a - 3$  nên  $a = 2$
- 7d.** Hàm số  $y = -2x + 3$  có  $a = -2 < 0$  nên luôn nghịch biến trên  $R$
- 8b.** Tọa độ đỉnh của parabol là  $x = 0$  ;  $y = 1$
- 9c.** Vẽ đồ thị của hàm số  $y = x^2 - 5x + 4$ . Theo đồ thị ta thấy  $y < 0$  khi  
 $1 < x < 4$

**10c.** Tọa độ giao điểm của parabol và đường thẳng là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} y = x^2 + 2x - 1 \\ y = x - 1 \end{cases} \text{ So sánh ta được } x^2 + 2x - 1 = x - 1 \text{ hay } x^2 + x = 0$$

Hay  $x(x + 1) = 0$  Vậy  $x = 0$  ;  $y = -1$  và  $x = -1$  ;  $y = -2$

**11c.**  $a = 2$  và  $c = -2$

**12d.** Hàm số  $y = -2x^2 + 4x - 1$  có hoành độ đỉnh  $x = -\frac{b}{2a} = 1$  và  $a = -2 < 0$

Nên hàm số nghịch biến trên khoảng  $(1 ; +\infty)$  và cắt trục tung tại  $x = 0$  ,  $y = -1$

**13c.** Đồ thị của hàm số  $y = -x^2 + bx - 3$  là parabol có hoành độ đỉnh  $x = -\frac{b}{2a} = 2$

Do đó  $b = -4a = -4(-1) = 4$

**14b.** Đồ thị của hàm số  $y = ax^2 + bx$  cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình  $ax^2 + bx = 0$  hay  $x(ax + b) = 0$

Vậy  $x = 0$  và  $x = -\frac{b}{a} = 2$  . Suy ra  $b = -2a = -2$

**15b.** Đồ thị của hàm số  $y = (x - 2)^2$  có trục đối xứng là đường thẳng  $x = 2$

**16a.** Đồ thị của hàm số  $y = x^2 + bx + c$  có đỉnh  $I(1; 2)$  cho ta :

$1 + b + c = 2$  Vậy  $b + c = 1$

**17b.** Xét hàm số  $y = x^2 - 2|x|$

Thay  $x = -1$ ,  $y = 3$  ta được  $3 = 1 - 2$  không thỏa

Thay  $x = 1$ ,  $y = -1$  ta được  $-1 = 1 - 2$  thỏa

**18c.** Hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số  $y = |x-1| + 1$  và  $y = 2$  là

nghiệm của phương trình :  $|x-1| + 1 = 2 \Leftrightarrow |x-1| = 1$

52

Vậy có hai giao điểm  $(x = 0, y = 1)$  và  $(x = 2, y = 1)$

**19c.** Đỉnh của parabol  $y = x^2 - 2x + 3$  là  $I(1; 2)$

Do đó đồ thị của hàm số  $y = ax + b$  qua  $I(1; 2)$  cho ta  $a + b = 2$

**20d.**

•  $y = x^3 - 2x$  có tập xác định  $\mathbb{R}$  và  $y(-x) = (-x)^3 - 2(-x) = -x^3 + 2x = -y(x)$

Vậy (I) là hàm số lẻ

•  $y = \frac{-2}{x}$  có tập xác định là  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  và  $y(-x) = \frac{-2}{-x} = \frac{2}{x} = -y(x)$

Vậy (II) là hàm số lẻ

•  $y = x - 2x|x|$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$  và  $y(-x) = (-x) - 2(-x)|-x| = -x + 2x|x| = -y(x)$

Vậy (III) là hàm số lẻ